

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM
TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR

PhD értekezés

VETŐSTATISZTIKA ÉS FRAKTÁLGEOMETRIA
FÖLDTANI ALKLAMAZÁSAI

UNGER ZOLTÁN

Témavezető:

Dr. Füst Antal
az MTA doktora

SZEGED

2007

„Láttam, Uram, a hegyeidet

s olyan kicsike vagyok én ...”

(József Attila)

TARTALOM

Összefoglalás	5
Abstract	7
1. Bevezetés	10
2. Kutatástörténet	
2. 1. <i>Fraktálgeometriai alapok</i>	12
2. 2. <i>Fraktálok a geológiában</i>	
2. 2. 1. <i>Hogy kerül a fraktál a geológiába?</i>	24
2. 2. 2. <i>A fraktálgeometria megjelenése a földtanban Magyarországon</i> ...	28
2. 2. 3. <i>Fraktálgeometriai alkalmazások a földtanban</i>	29
3. Vetőstatisztikai vizsgálat egy szénhidrogén kutatási területen	
3. 1. <i>A vetőstatisztikai vizsgálat tárgya</i>	37
3. 2. <i>Példák vetőstatisztikai számításokra</i>	38
3. 3. <i>A vetőstatisztikai számítások függvényillesztései</i>	52
4. Töredezett közettömbök nyomozása fraktálgeometriai elemekkel egy szénhidrogén rezervoár esetén	
4.1. <i>Töredezett közettömbök nyomozásának hiányosságai</i>	56
4.2. <i>Módszertan</i>	57
4.3. <i>Példák a fraktál tulajdonságok nyomozására</i>	58
4.3.1. <i>Egy szénhidrogén-kutatási terület tektonikai szerkezetének fraktálgeometriai elemzése Sierpinski-szűrővel</i>	66

4.3.2. A módszer eredményének összehasonlítása az adott terület szeizmikuskoherencia-térképével	70
5. A vetőstatisztika és a töredezett tömbök nyomozása fraktálgeometriai elemekkel	
<i>5.1. Vetőstatisztikai és a fraktálgeometriai eredmények közös nevezője</i>	
5.1.1. Vetőstatisztikai és a fraktálgeometriai eredmények	76
5.1.2. Vetőstatisztikai és a fraktálgeometriai eredmények összekapcsolása	77
5.1.3. A hatványfüggvény és a fraktál dimenzió közötti összefüggés ...	78
6. Az új kutatási eredmények összefoglalása és a várható hatásai	
<i>6. 1. Kutatási eredmények értékelése</i>	<i>80</i>
<i>6. 2. A kutatási eredmények összefoglalása</i>	
6.2.1. Vetőstatisztikai eredmények összefoglalója	82
6.2.2. A fraktálgeometriai eredmények összefoglalója	82
6.2.3. A vetőstatisztika és a fraktálgeometria összekapcsolása révén született eredmény	83
<i>6.3. Az új kutatási eredmények alkalmazásának várható hatásai</i>	<i>83</i>
Köszönetnyilvánítás	84
IRODALOMJEGYZÉK	85
Ábrák jegyzéke	90
Táblázatok jegyzéke	93

Összefoglalás

Kutatásaim célja a szilárdásvány-bányászati gyakorlatból ismert vetőstatisztikai számítások érvényességének és alkalmazhatóságának vizsgálatát célozzák a földtan egyéb területein, pl. a felszínmorfológia fejlődése, tektonikai térképek értékelése, szénhidrogén-rezervoárok kutatása és termelése, lineamensek elemzése területén. A doktori (PhD) értekezés szerkezetében az elméleti bevezetőt (1.fejezet) követően olvasható az eddig alkalmazott kutatási módszerek ismertetése, ezek földtani alkalmazása és új módszerek kidolgozása. A kidolgozott módszereket nyolc esettanulmányon mutatom be, kiemelve egy szénhidrogén-rezervoár tanulmányozását (8. példa), amely repedezett, töredezett kőzettestek egymáshoz viszonyított helyzetét vizsgálja.

A 2. fejezet a fraktálgeometriai alapoktól indulva számba veszi az új tudományág eddigi fontosabb geológiai alkalmazásait.

A 3. fejezet a szilárdásvány-bányászatból ismert vetőstatisztikai számításokat ismerteti, majd a nyolc kutatási terület tektonikai elemeire végzett számításokat sűríti. Ebben a fejezetben található a törésvonalak számának előrejelzési módszere a vetők hosszúsága alapján. Ez az eljárás azonban csak a vetők számát valószínűsíti, a helyét nem. Itt kapott helyet az empirikus gyakoriság hatványfüggvénnyel való közelítésének és a tényleges függvény megtalálására vonatkozó iterációs megoldás ismertetése.

A 4. fejezet a töredezett tömbök fraktálgeometriai nyomozását mutatja be. Az előző fejezet nyolc példájának mindegyikére fraktáldimenziót számoltam, a 8. példa részletesebb kifejtésével. Ez utóbbi esetben van olyan fraktál, amely a kutatási terület vetőire illeszthető, és előrejelzi a vetők helyét is. Ennek az előrejelzésnek a kontrollját jelentette a 3D-s szeizmikus koherenciaképpel történő összehasonlítás.

Az 5. fejezet a vetőstatisztikai (3. fejezet) és a fraktálgeometriai (4. fejezet) fejezetek összekapcsolásáról szól. Az együttes eredmények alapján e fejezetben megtalálható, hogy a két említett megközelítés milyen ponton kapcsolódik egymáshoz. A vetőstatisztikai számítások hatványfüggvényeinek kitevői abszolútértékben megegyeznek a vetőkre számolt fraktál dimenzióval. Ezt az összefüggést matematikailag igazoltam.

A 6. fejezet a következtetések fejezete, a kutatási eredmények összefoglalása és értékelése, majd ezek várható hatásainak előrejelzése. A meghatározott hatványfüggvények segítségével sikerült meghatározni a nem azonosított, és a kutatási-, feltérési módszer (pl. szeizmikus mérés) felbontóképessége alatti vetők számát. Az adott példákra kiszámítottam a fraktál dimenziókat, azaz a tektonizáltság, töredezettség egy további mértékét.

A 8. példa esetén kerestem és találtam egy fraktált, egy módosított Sierpinsky-szűrőt, amely szemléletes megoldást nyújt a 3D-s szeizmikus mérés értelmezett vetőire. Ezzel előrejelezhetővé vált a különböző töredezett tömbök mérete, helyzete és eloszlása. Ez a fraktál jó egyezést mutat az említett területről készült szeizmikus koherencia képpel is; ezt a feltételezést vizsgálataim szintén igazolták.

ABSTRACT

One of my concerns to commence research activity in this field was to analyse validity and applicability of fault-statistics calculations in different geological fields.

Ore and coal mining is familiar with this procedure, yet I searched utilisation in areas such as surface geomorphologic evolution, interpretation of tectonical maps, hydrocarbon exploration and production, lineament analysis.

In the structure of the PhD thesis, right after the theoretical introduction (Chapter 1), one can read about the array of the research methodology applied so far, the implementation of these methods (example no. 8) in hydrocarbon industry and development of new ones. I present the methods developed by case studies dealing with the relative position of the fractured and non-fractured blocks.

Chapter 2 takes into account the practical implementations in geology of this new branch of research based on fractal geometry.

Chapter 3 displays the results achieved to our days in the field of fault statistics calculations and then sums up the calculations processing the results of the tectonic elements of the research areas. In this chapter one can also read about the prediction of the possible number of the faults based on the length of these, without specifying the sites yet. The chapter contains the uncertainty study of the approximate power function and a solution to calculate it by iteration.

Chapter 4 involves tracing of the fractured blocks via methods of fractal geometry. For each of the eight examples the fractal dimensions have been determined. Respectively in case study nr. 8 there is a fractal to fit the faults of the exploration area and to predict the place of the faults in the same time. Comparing this prediction with the 3D coherence picture will also serve as crosscheck.

Chapter 5 assesses the areas covered both by fault statistics (chapter 3) and fractal geometry (chapter 4). Upon the results provided by the 8 case studies, we can find the merging point of the two approaches mentioned above. Finally, I proved mathematically that the exponents of the power functions are the equal to the corresponding fractal dimensions.

Chapter 6 comprises conclusions, evaluations, summarising the yield of the research, and tackles the expected impact. By the aid of the defined power functions, it has also become possible to identify the number of the unidentified faults under the resolution of the exploration methods, for example: seismic measurements. For every one of the eight case

studies I calculated the corresponding fractal dimension as an index/coefficient for the tectonics. For item no. 8 I searched and managed to find a fractal, a modified Sierpinsky gasket, which was appropriate to be fitted onto the interpreted faults of the 3D seismic time-map as a solution. Thus, the size, the position and the distribution of the different fractured blocks has become predictable. This fractal shows good coincidence with the seismic coherence picture of the area.

„ ... elmélkedj a FÖLD-ről,

az is tanít”

/Jób könyve 12, 7-8/

1. Bevezetés

A tudományos megismerés soha véget nem érő folyamatában a kaoszelmélet, és ezen belül a fraktálok megjelenése új szemléletet hozott. A klasszikus fizikai megismerés a rendszereket többnyire statikus oldalukról közelíti meg, és ezek alapján próbálja megérteni, becsülni a jelenségek zömét alkotó dinamikus rendszereket. Ebben hozott újat, forradalmat a fraktálok és a kaoszelméletek megjelenése. Az új szemlélet legszenvedélyesebb szószólói a kaoszt (így a fraktálokat is) a XX. századi fizika egyik mérföldkövének tekintik, a relativitáselmélet és a kvantummechanika mellett.

Ez korábban a tudomány peremének számító szemlélet mára kivívta létjogosultságát, és számtalan szakterületen alkalmazzák felfedezéseit és módszereit.

Összehasonlítva a hagyományos és modern szemléletet, a következő különbségek állapíthatók meg:

A hagyományos szemléletben	A dinamikus rendszerek szemléletében
az egyszerű rendszerek egyszerűen viselkednek;	az egyszerű rendszerek komplex módon is viselkedhetnek;
a komplex viselkedés komplex okokra vezethető vissza;	a komplex rendszerek viselkedése gyakran egyszerű okokra is visszavezethető;

„Nemzetközi sajtóérdeklődés kísérte azt a hírt, hogy fizikusok üres tojásokat csapdostak a földhöz, és eredményeikről az igen rangos Physical Review Letters hasábjain számoltak be. Kun Ferenc (Debreceni Egyetem, Elméleti Fizikai Tanszék) és Falk Wittel (Stuttgarteri Egyetem) munkatársaikkal valóban a tojás darabokra törését vizsgálták. Kis lyukat fúrva kiszívták a tartalmat, majd az üres héjakat a földhöz csapták, vagy hidrogén befújásával szétpukkasztották. Arra voltak kíváncsiak, milyen méreteloszlást követnek a tojásdarabok.” (Wittel, F., Kun F. et al.2004) – adta hírül a Magyar Tudomány az összetett folyamat elemzőinek nemcsak furcsának tűnő kísérletét, de annak meghökkentő eredményét is.

Hasonló komplex tulajdonság fedezhető fel a földtanban a vizsgálatom tárgyát képező, lineamentek, törésvonalak, egyéb tektonikai elemek gyakoriságában is. Ezért vizsgálatom

célja az volt, hogy töredezett tömbök méretét, helyzetét, feldaraboltságát kinyomozzam, esetleg ennek rendszerét kiderítsem. Az eredmény bemenő adatként hasznosítható a műszaki földtan változatos területein, pl. völgyhálózatok fejlődésében, tektonikai fázisok elkülönítésében, a permeabilitás-változások térképezésében.

Szakirodalmi referenciákat kerestem és találtam, valamint saját számításokat végeztem. A hagyományos módszerek alkalmazása mellett (pl.: Horton-együttható, vetőstatisztikai számítások) az újszerű fraktálgeometriai megközelítéssel sikerült kilépni a töredezett közettömbök klasszikus nyomozásának köréből.

Elemzésem eredménye lehetővé teszi a töredezett tömbök nyomozását. Ez nemcsak az esettanulmányokban felhasznált és bemutatott kutatási területekre alkalmazható, hanem más töredezett közettömbökre is.

Az értekezés szerkezeti felépítését a kutatási cél határozta meg. A fraktálok eddigi földtani alkalmazásainak bemutatása után további fejezetekben saját kutatási munkámat ismertetem. Ezekben a vetőstatisztikai számításaim eredményeiről, majd a fraktálgeometria elemeinek alkalmazásáról szólok, végül a két egymástól független megközelítési módszert közös nevezőre hozom. Az értekezést új kutatási eredményeim összefoglalása zárja.

2. Kutatástörténet

2. 1. Fraktálgeometriai alapok

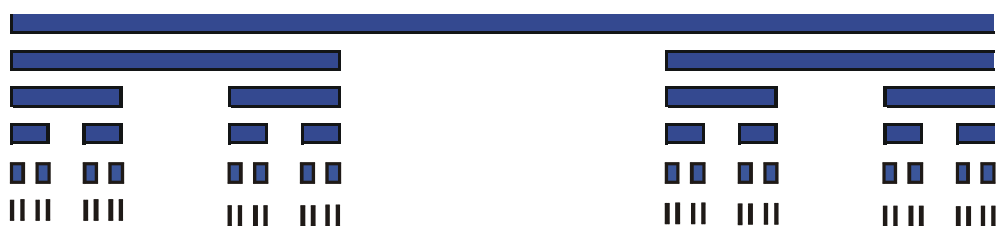
A **fraktál** szót mint fogalmat magyarul az 1992-ben megjelent Cambridge Enciklopédia említi először. Manderlbrot korábban 1968 táján adta ki „A természet fraktál-geometriája” című könyvét (MANDELBROT, 1968), amely „Mandelbrot-féle biblia” néven vált híressé a szakirodalomban. Ő nevezte el a tört dimenziójú alakzatokat fraktáloknak a latin *fractus* = *tört* szó alapján.

A fraktálokat elvileg már az ókorban is felfedezhették volna, mivel az előállító kép-let nagyon egyszerű. Viszont a fraktálok vizuális előállításához több milliárd hatványozásra és összeadásra van szükség, amit csak egy számítógép képes elvégezni.

James Gleick azt állítja (GLEICK, 1999), hogy „A káosz - a fraktál - ott kezdődik, ahol a klasszikus tudomány véget ér!” Ez a jellegzetesen a XX. század végén kialakult tudományág, amely már a következő, XXI. század felé mutat, túllép a statikus rendszerek tanulmányozásán, és a dinamikus rendszerekre irányítja a tudósok figyelmét.

Így a fraktálokról (és a káoszról) mára már egyre több magyar nyelvű könyv, cikk és népszerűsítő irodalom jelenik meg.

Fraktálgeometriai bevezetőként vegyünk egy egységnyi hosszúságú szakaszt (1.ábra), amelyet harmadolunk, és elhagyjuk a középső részt (PEITGEN, 1993).

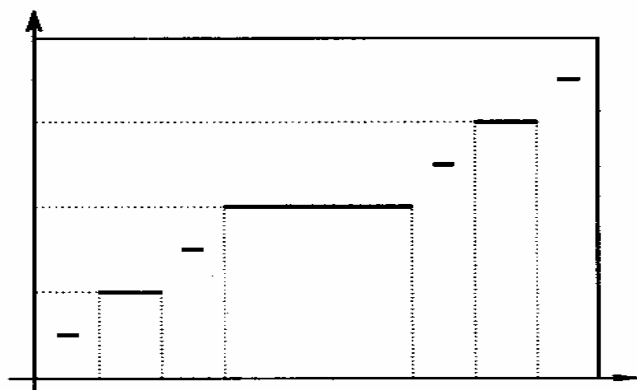


1. ábra. Cantor-halmaz (PEITGEN, 1993)

A további lépésekben mindig a maradék szakaszok középső harmadait hagyjuk el; a végtelen sok lépés után megmaradt pontthalmazt nevezik Cantor-halmaznak, ami a legegyszerűbb egydimenziós fraktál.

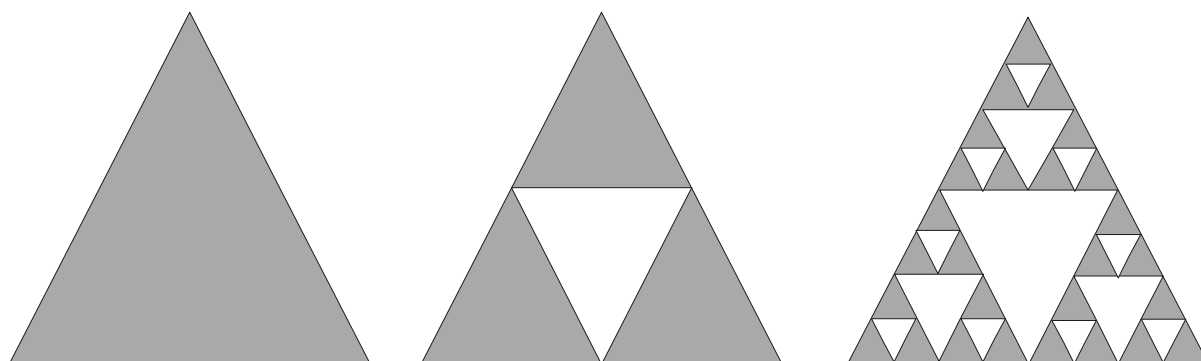
A Cantor-halmaz segítségével értelmezhető a $[0,1]$ intervallumon egy olyan függvény, amely monoton növekvő, értékkészlete a $[0,1]$ intervallum, és amely a fentebb említett

„elhagyott szakaszok” mindegyikén állandó. Ezt a függvényt a derékszögű koordináta-rendszerben ábrázolva, az ún. „ördögi lépcsőt” kapjuk (Szabó, 1997) (2. ábra).



2. ábra. Ördögi lépcső (SZABÓ, 1997)

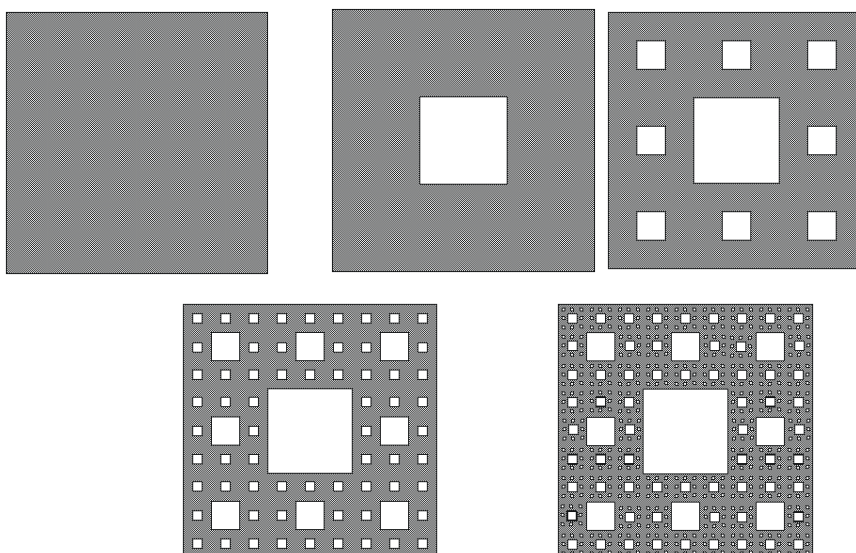
Ha már síkban értelmeztük az ördögi lépcsőt, lássuk a Cantor-halmaz kétdimenziós megfelelőjét, a diadikus SIERPINSKY által megalkotott háromszöget (KORVIN, 1992) (3. ábra).



3. ábra. Sierpinsky-háromszög (KORVIN, 1992)

Egy háromszög oldalait megfelezzük, és a középvonal mentén kialakult négy háromszögből a középsőt elhagyjuk. Megismétljük ezt a maradék három háromszöggel, majd folytatva a felosztást, az ábrán látható, egymásba ágyazott, lyukacsos háromszög-együttest kapjuk.

Ezt a műveletsort egy egységnyi oldalú négyzettel is megismétljük, így jön létre a Sierpinsky-szőnyeg (BROCHMANN 2006-Ref.no: 1.) (4. ábra).

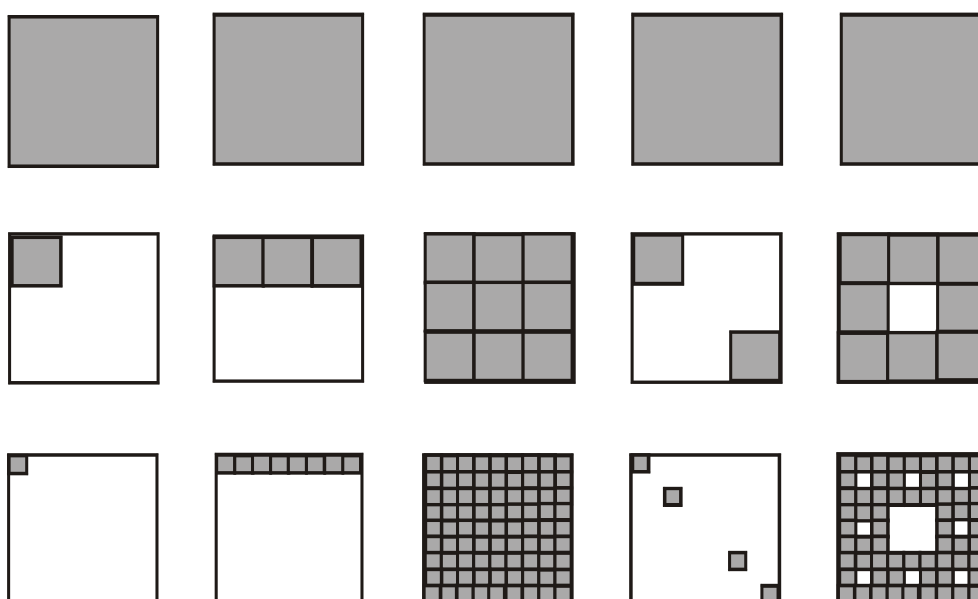


4. ábra. Sierpinsky-szőnyeg (BROCHMANN 2006)

Egy négyzet közepéből kivágunk egy egységnyi oldalú négyzetet, amelyet elhagyunk. A maradék 8 azonos területű kis négyzet mindegyikénél hasonlóan járunk el, csak most már 8, db. $8/9$ egység² területű négyzetet vágunk ki. Megismételve az eljárást, az előbbi háromszöghöz hasonló szűrőt, jelen esetben lyukacsos négyzetet kapunk eredményül.

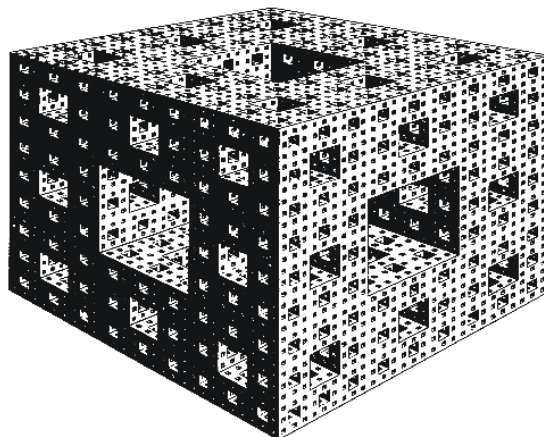
Az élek hossza, azaz az idomok kerülete mindkét esetben a ∞ -hez tart, az idomok területe pedig a 0-hoz.

Mindkét előbb említett esetben egy-egy konkrét elemet hagytunk ki, ám ez lehet változó is, mint az 5. ábra konfigurációi is mutatják.



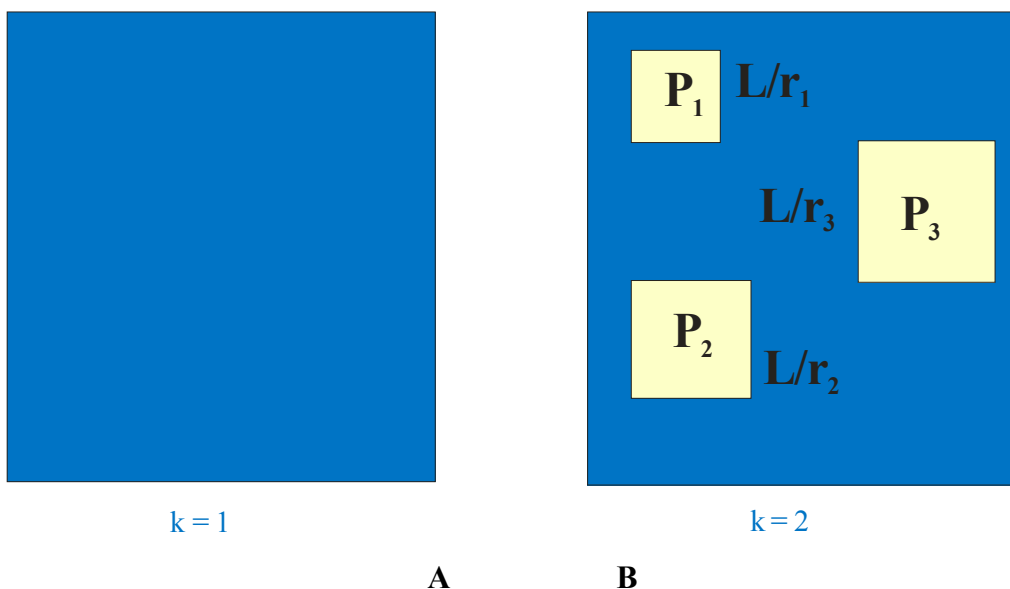
5. ábra. Sierpinsky-négyzetek

Természetesen a fenti fraktáloknak létezik térbeli megfelelője is, és ezt Menger-szivacsnak nevezik (FOKASZ,1999).



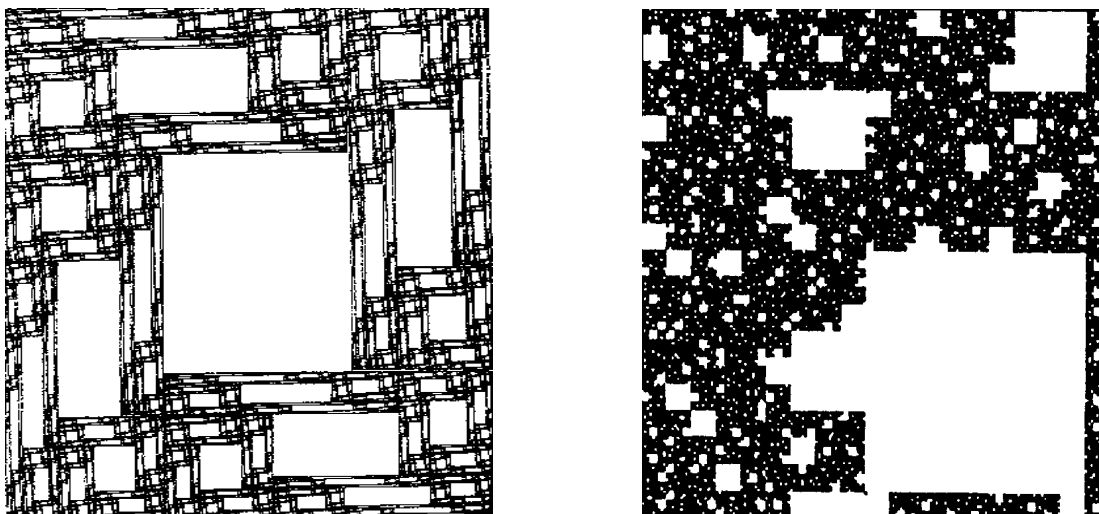
6. ábra. Menger-szivacs (FOKASZ,1999).

Hasonlóan a Sierpinsky-négyzethez, itt kockáról lévén szó, kockákat vágunk ki és hagyunk el, és eredményül egy lyukacsos, szivacsos jellegű idomot kapunk.



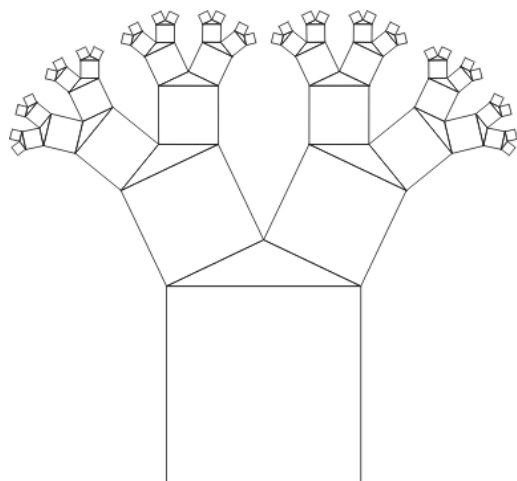
7. ábra. Valószínűségi fraktál generálása (VICSEK, 1992).

Az előbbi gondolatot általánosítva, adott idomot, pl. egy négyzetet (A) úgy alakítunk fraktállá (B), hogy P_1 , P_2 és P_3 valószínűséggel rendre generáljuk az L/r_1 ; L/r_2 és L/r_3 méretű négyzeteket (VICSEK, 1992) (7.ábra). A végtelenségig folytatva ugyanezt az eljárást, egy lyukacsos, de sajátos négyzetet kapunk eredményül (BARNSELY, 1988, FOKASZ, 1999) (8. ábra).



8. ábra. Valószínűségi fraktál egy-egy realizációja (BARNSELY, 1988, FOKASZ, 1999)

További fraktálok állíthatók elő egy ismert mértani tételből. Ha a Pitagorasz tétel bizonyítását követjük (PEITGEN, 1993), azaz egy háromszög oldalaira négyzeteket szerkesztünk, és folytatjuk a szerkesztéseket háromszögek és négyzetek egymásra "növesztésével", akkor szintén fraktál alakul ki (9A. ábra).



A

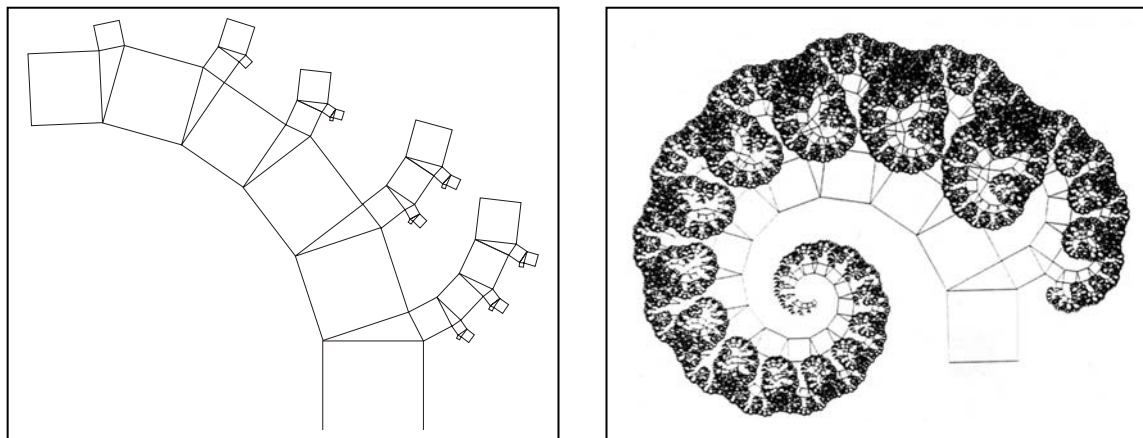


B

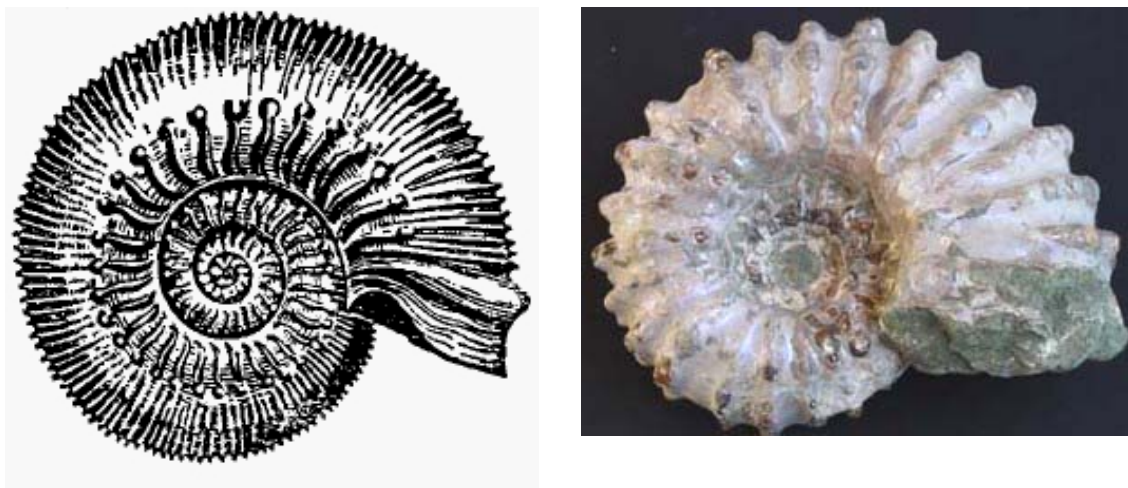
9. ábra. Pitagorasz-i növekedés (A) és a karfiol (B) hasonlósága (PEITGEN, 1993)

A 9. ábra izometrikus növekedést mutat, amelyben felismerhetők a karfiol vagy a brokkoli formái (9B. ábra).

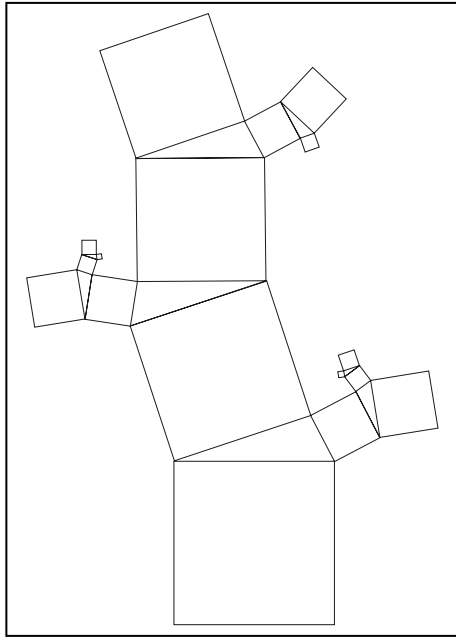
Aszimmetrikus pitagoraszi növekedést szemléltetnek a 10-13. ábrák, amelyből egy ammonitesz és egy páfrány alakzat is generálható (PEITGEN, 1993). Szembetűnő a nagyfokú hasonlóság a generált és az igazi ammoniteszszel, illetve páfránnyal.



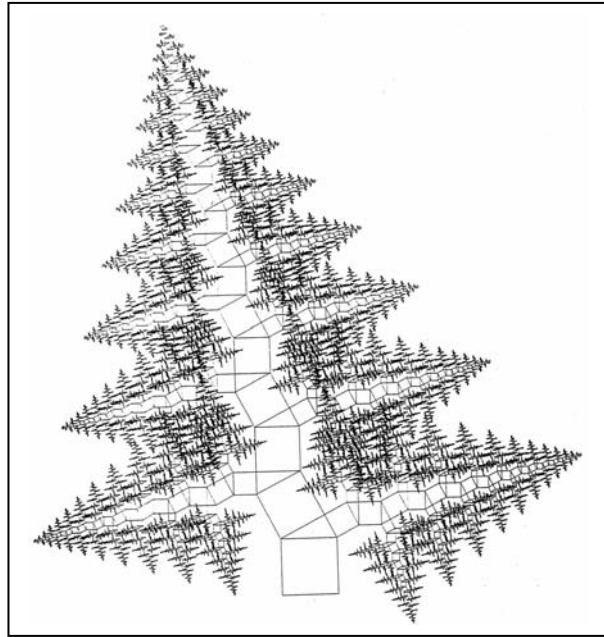
10. ábra. Aszimmetrikus pitagoraszi növekedés (PEITGEN, 1993)



11. ábra. Igazi ammonitesz (stilizált rajz és fénykép)

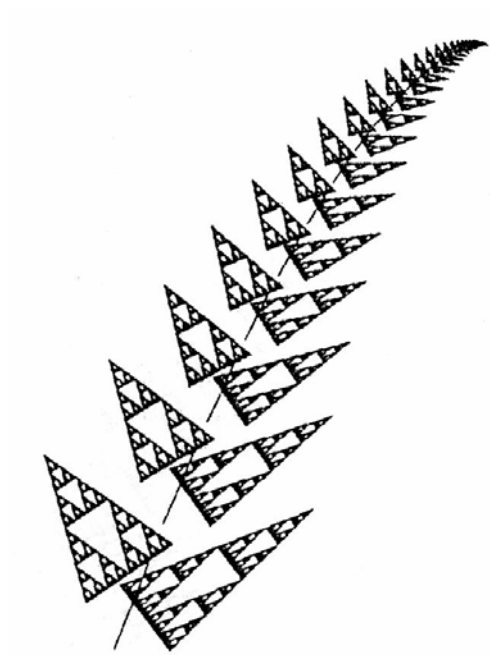


A



B

12. ábra. Egy másik aszimmetrikus növekedés (A), és a belőle generált páfrány (B) (PEITGEN, 1993)



A



B

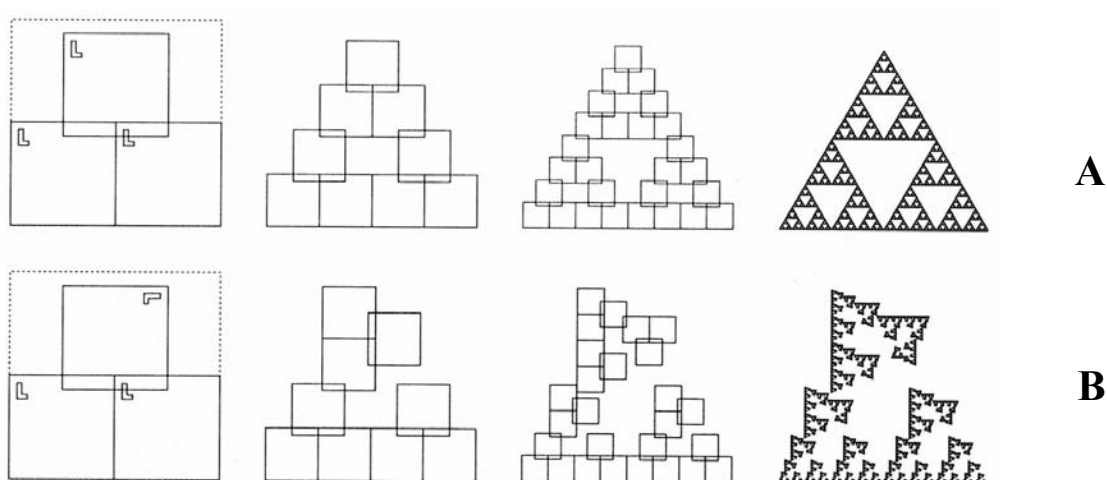
13. ábra. A felfűzött Sierpinsky-háromszögek (A) és egy igazi páfrány (B) (PEITGEN, 1993)

Az eddig elmondottak alapján a fraktáloknak három fő ismérve létezik:

1. Önhasonló idomok;

A fraktál önhasonló tulajdonságú. Ez azt jelenti, hogy a fraktál hasonlósági transzformációval leképezhető önmaga valamely részhalmazára.

Az önhasonló tulajdonság szemléltetésére szintén a Sierpinsky-háromszöget használom fel (PEITGEN, 1993) (14. ábra):



14. ábra Önhasonló tulajdonság (pl.: forgatása) (PEITGEN, 1993)

A 14. ábra két sora ugyanazt a háromszöget ábrázolja, az **A** sorban levő mégsem teljesen hasonlít a **B** sor háromszögeire. Az egyetlen eltérés a kettő között az, hogy második sorozat háromszögeinek csúcsát elforgattuk 90 fokkal, és ezt minden további generációnál megismételtük.

2. Rekurzív előállíthatóság;

Az eddig szemléltetett fraktál-generációt bemutató ábrákon jól azonosítható a fraktál fokozatos, lépésről-lépésre történő előállítása, amelyet rekurzív tulajdonságnak neveznek.

Felvetődik a kérdés, hogyan mérjük meg a fraktálokat, mi jellemezze a bonyolultságukat, mi alapján hasonlítsuk össze őket egymással?

3. Fraktáldimenzió;

Annak a mérésére, hogy egy alakzat mennyire tölti ki a rendelkezésre álló teret a **fraktáldimenziót** használjuk.

A fraktáldimenzió segítségével meghatározható, mennyire szabálytalan egy fraktál görbe. A vonalakat egydimenziósnak, a felületeket kétdimenziósnak, a testeket pedig háromdimenziósnak tartjuk. Azonban egy nagyon szabálytalan görbe ide-oda vándorolhat a felületen, olyannyira, hogy szinte teljesen ki is töltheti azt. A nagyon tekervényes felület, mint pl. egy fa lombozata, vagy a tüdő belső felülete csaknem háromdimenziós lehet. Így a szabálytalanságra, hepehupásságra úgy tekinthetünk, mint a dimenzió növelésére. Egy szabálytalan görbe dimenziója 1 és 2 közötti érték lesz, míg egy szabálytalan felületé 2 és 3 közé esik. Egy fraktálgörbe dimenziója olyan szám, amely azt jellemzi, hogy a görbe két kiválasztott pontja között hogyan nő a távolság, miközben növeljük a felbontást. Tehát, amíg a vonal és a felület topológiai dimenziója 1, illetve 2, addig egy síkbeli fraktál dimenziója e kettő közötti érték.

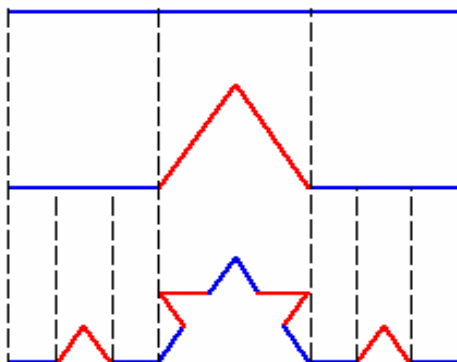
A D_s **fraktáldimenzió** definíciója:

$$D_s = \frac{\log(N)}{\log(1/S)},$$

azaz, S a hasonlóság aránya, az alakzat pedig N számú hasonló másolattal fedhető le (FOKASZ,1999).

Intuitív megfogalmazásban: S az eredeti felosztás és az N pedig az a szám, amely megmutatja, hogy eredeti elemekből mennyivel lépünk tovább, vagyis hány elemmel helyettesítjük az eredeti elemet.

A Koch-görbe segítségével szemléltetem, a fraktálok nevében is rejlő, tört dimenziót (15. ábra).



15. ábra. Koch-görbe (EDGAR 1990)

Az alapkérdés az, hogy egy görbe, mennyire tölti ki a kétdimenziós síkot. A Koch-görbe, a már említett Cantor-halmazhoz hasonlóan, egy szakasz harmadolásával kezdődik, csak ebben az esetben nem elveszünk a felosztásból, hanem beillesztünk egy ugyanakkora szakaszt. Tovább folytatva a szakaszok harmadolását és a szakaszok helyettesítését az eggyel több elemmel, egy csipkézett formájú törött vonalat kaptunk (15. ábra).

Definíció szerint a Koch-görbe fraktál dimenziója:

$$D = \log 4 / \log 3 = 1,26$$

Összehasonlítva a Cantor-halmazt és a Koch-görbét, észlelhető a jelenség lényege, vagyis amíg a Cantor-halmaz csökkenő pontfelhővé zsugorodó szakasz (1. ábra) lesz és dimenziója 1 alá csökken:

$$D = \log 2 / \log 3 = 0,6309;$$

addig a Koch-görbe kilép a síkba, és dimenziója 1,26-ra növekszik.

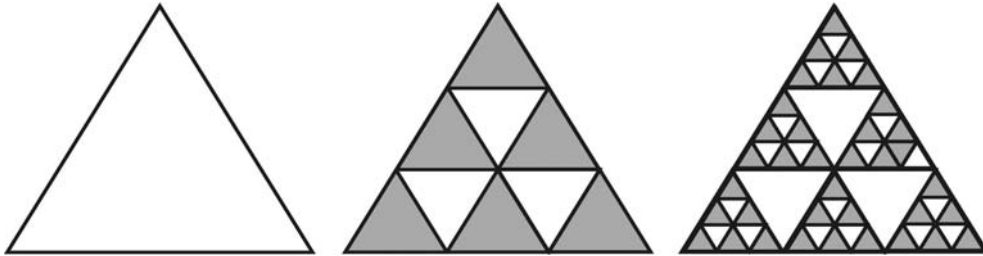
Tehát a két triadikus halmaz méretét is úgy kaptuk meg, hogy a továbbvitt elemek és a felosztás számának logaritmus hányadosát képezzük (TÉL, GRUIZ, 2002).

A Koch-görbe olyan triadikus halmaz, amely már kilép a síkba. E fraktál dimenziója épp a Cantor-halmaz méretének a duplája.

A klasszikus Sierpinsky-háromszögnek (3. ábra), mint diadikus halmaznak dimenziója is kiszámítható, az ismert módon (TÉL, GRUIZ, 2002):

$$D_{S\Delta} = \log 3 / \log 2 = 1,58$$

Ha a Sierpinsky-háromszög oldalát nem két, hanem három egyenlő részre osztjuk, akkor az ismert rekurzív szerkesztési módon egy új Sierpinsky-háromszög generálható (16. ábra).



16. ábra. A triadikus Sierpinsky-háromszög

A triadikus Sierpinsky-háromszög fraktáldimenzióját az alábbi képlettel számíthatjuk ki:

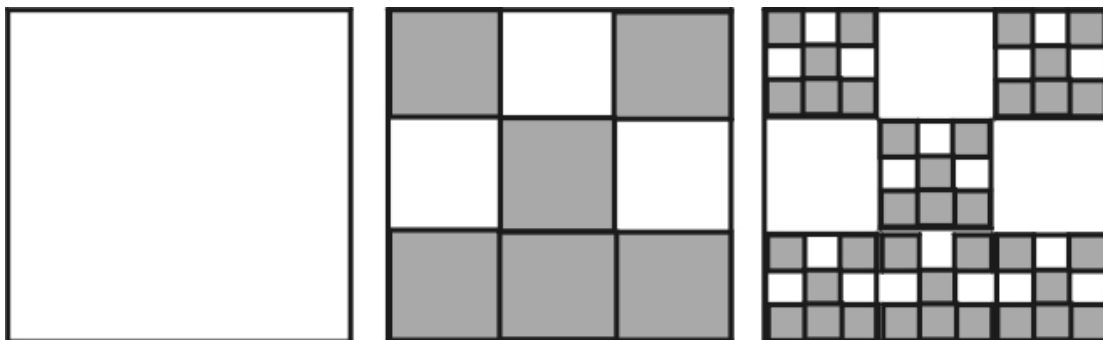
$$D_{S\Delta 2} = \log 6 / \log 3 = 1,6309$$

Belátható, hogy a klasszikus triadikus Sierpinsky-négyzet (4. ábra) dimenziója:

$$D_{S\Box} = \log 8 / \log 3 = 1,89$$

A klasszikus Sierpinsky-háromszög mintájára generálható olyan fraktál, amelyben nem 8, csak 6 négyzetet tartunk meg és ennek dimenziója a következő (17. ábra):

$$D_{S\Box 2} = \log 6 / \log 3 = 1,63$$



17. ábra. Egy triadikus Sierpinsky-négyzet

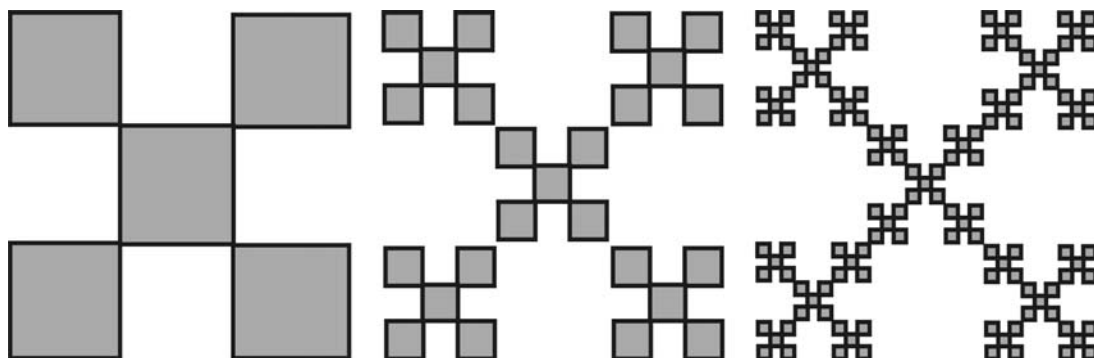
Így közvetlenül tapasztalható, hogy különböző jellegű fraktálok dimenziója azonos lehet. Azaz a triadikus Sierpinsky-háromszög és egy triadikus négyzet dimenziója azonos, ha megfelelő felosztással lépünk a következő generációba.

A sajátos triadikus halmaz a Sierpinsky-hópehely, amely az előbbi felosztás alapján az átlós elemeket tartja meg a továbblépéskor.

A Sierpinsky-hópehely (18. ábra) dimenzióját kiszámítva (TÉL, GRUIZ, 2002):

$$D_M = \log 5 / \log 3 = 1,46$$

értéket kapok.



18. ábra. Egy sajátos triadikus Sierpinsky-négyzet: a hópehely

Ez az a tulajdonsága a fraktáloknak, amely lehetővé teszi a változatos transzformációk létrehozását, anélkül, hogy a dimenziója változna.

Az előbbieket alapján, összefoglalható a fraktálok három alapvető tulajdonsága. A fraktál:

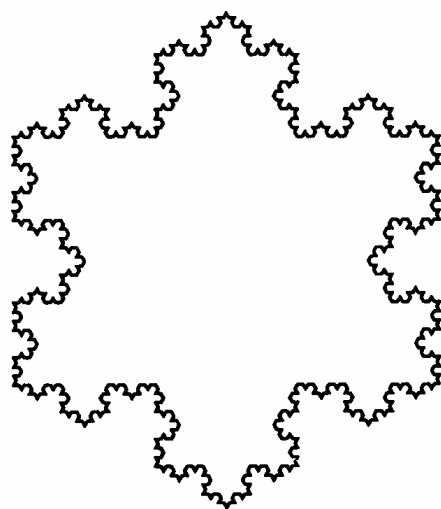
1. önhasznó elemekből áll;
2. rekurzív módon előállíthatók;
3. tört dimenzióval rendelkeznek.

2.2. Fraktálok a geológiában

2. 2. 1. Hogy kerül a fraktál a geológiába?

Az előző fejezetben a generált ammonitesz alakzaton szinte a varratvonal is látható volt. Ezen a látványos példán túl, számos „fraktálos” tulajdonság fedezhető fel a földtanban. A továbbiakban ezekről a nem mindennapi, és hagyományosnak semmiképp nem mondható geológiai alkalmazásokról szólok. A szakterület gyors fejlődésének köszönhetően teljesség igényéről le kell mondani, de a legjellemzőbb alkalmazásokat szándékomban áll kiragadni.

Tehát, ha már a Koch-görbéről szó esett, akkor lássuk a három görbe összefűzéséből előállítható hópelyhet és egy igazi hópelyhet (19. ábra):



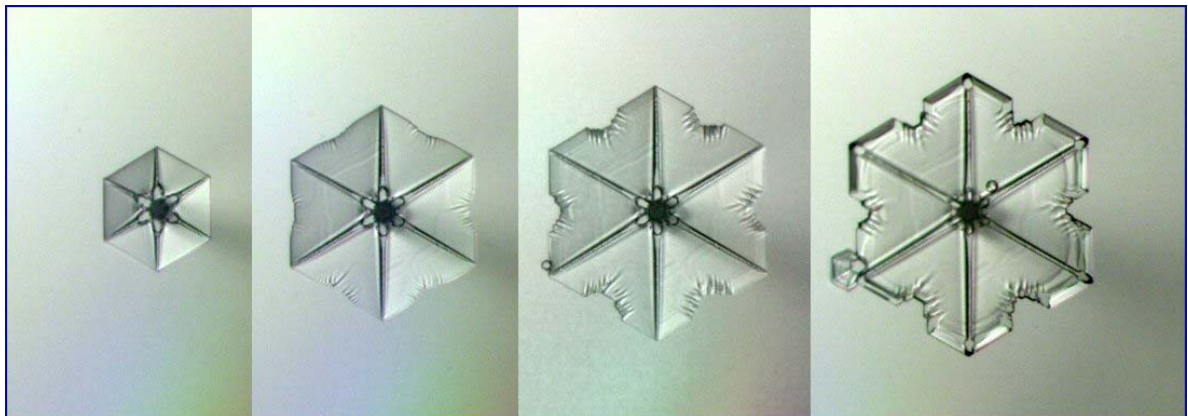
A



B

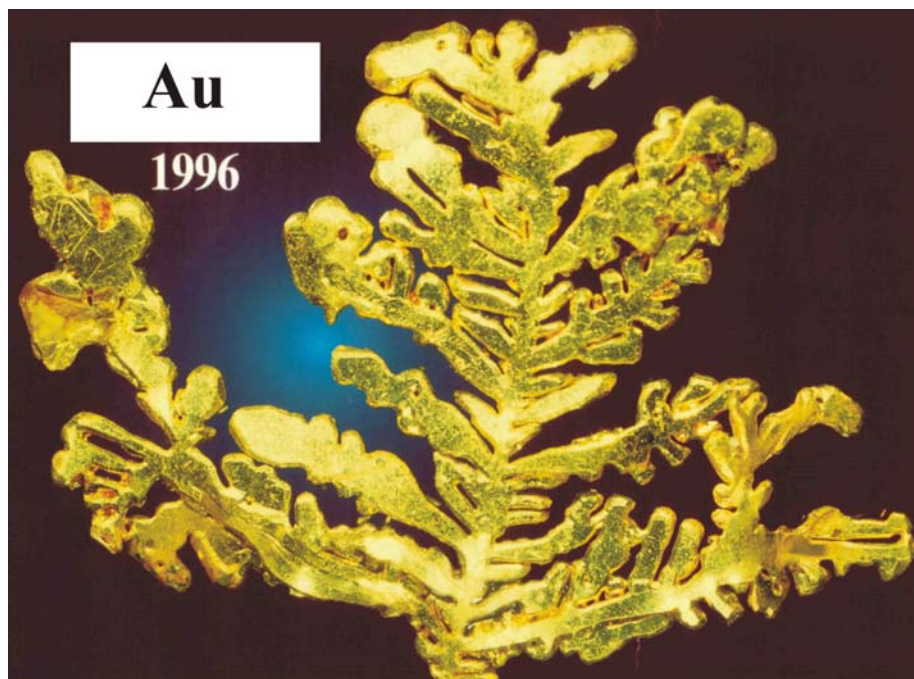
19. ábra. A Koch- (A) és egy igazi (B) hópelyhely (Ref.no: 3; GEO MAGAZIN 2006)

Feltűnő a hasonlóság a Koch-féle és igazi hópehely növekedésében [Ref 3].



20. ábra. Hópehely növekedés [Ref 3]

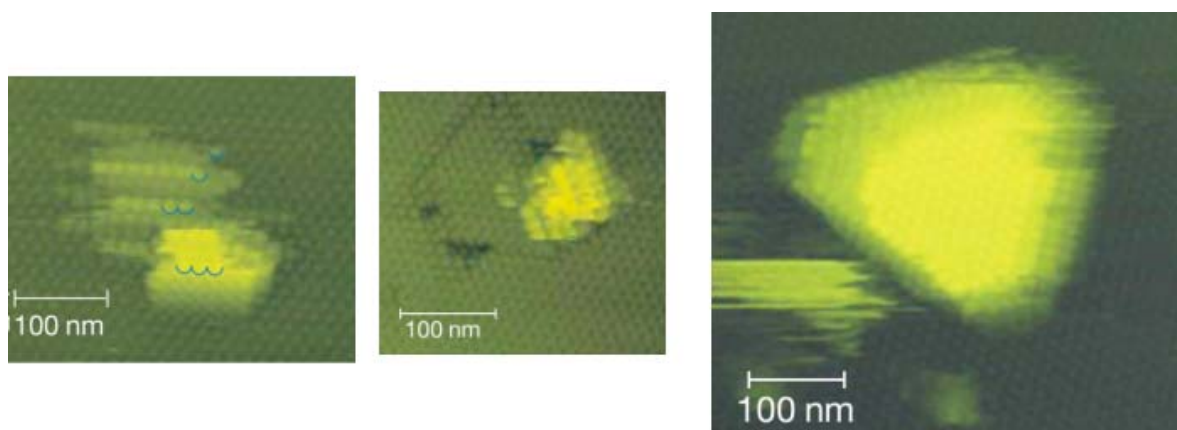
A korábban említett páfrányok formái egy terméсарany szerkezetében is felismerhetők (21 ábra):



21. ábra. Arany-páfrány
(éremnyi méretű arany növekedése az „Alles Gold der Welt Ausstellung” kiállítás plakátján)

Továbblépve, az érmék méretéről az atomi szintre, áttörő eredménnyel zárult a következő kísérlet:

Az Alabamai Egyetem (UAH, Huntessville) kutatóinak, VEKILOV és YAU, AFM mikroszkóppal sikerült elkészíteni az első olyan felvételeket (22. ábra), amelyek a kristályok képződésének kezdeti lépéseit, az első néhány molekula kristályosodási maggá való összeállását mutatják. „A kristálycsírák formája és fejlődése a várakozásokhoz képest annyira meglepő, hogy az eredmény teljesen átalakíthatja a kristályok viselkedésének magyarázatára és előrejelzésére eddig alkalmazott elméleteket...” – mondta PETER VEKILOV, az egyetem kémiai professzora (YAU et.al., 2000).

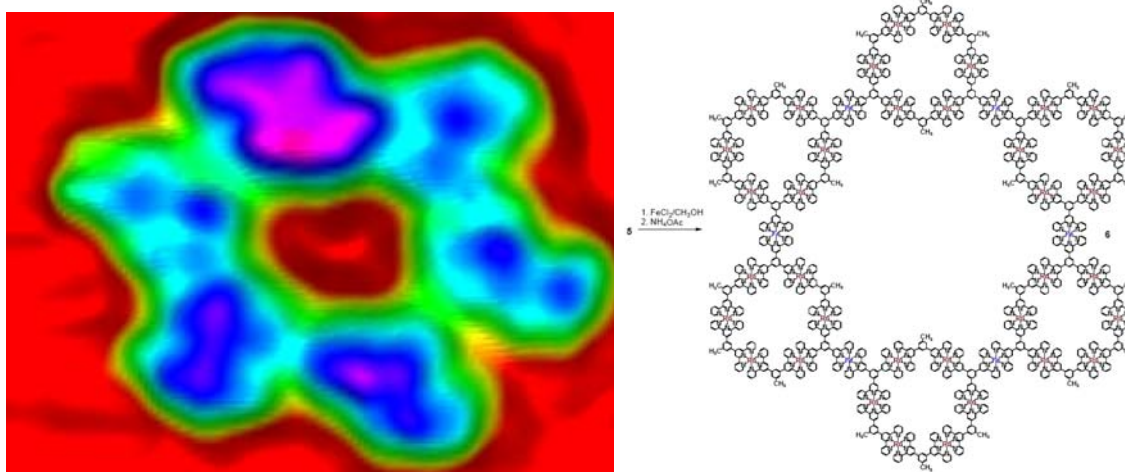


22. ábra Apoferritin kristályosodása (YAU et.al., 2000)

Munkatársa YAU szerint (YAU et.al., 2000) [Ref 5], a molekulák először "kvázi sík" lemezeket alkotnak: "Lépésről lépésre nyomon követtük, hogy két, négy, hat majd több molekula összeállt. Tizenhat molekulánál a szerkezet már olyan volt, mint a teljes háromdimenziós kristályból kimetszett kristálysík" - állítják a kutatók, és ezt láthatjuk a képen is. Mintegy kétszáz, rétegzett elhelyezkedésű molekula kellett ahhoz, hogy a "nagy" kristály háromdimenziós szerkezete kivehető legyen, de őrzik az első síkszerű réteg jellemzőit is. VEKILOV szerint azért meglepő, mert a síklapok kialakulásához nagyobb energia kell, mint például a gömbalak felvételéhez.

Az Alabamai Egyetem Kémiai Kutatóközpontjában a kutatók azért választották a vizsgálat tárgyául egy nagy méretű fehérjemolekulát, az apoferritint – a ferritin fehérje vastól „kiürített” változatát –, mert az átmérője 13 nanométer körüli. Így a felvételeken az egyes molekulák is jól megkülönböztethetők. A vízmolekulák átmérője nagyjából 0,1 nanométer. Tehát kevés esélyünk lenne hasonló felvétel készítésére a fentebb bemutatott hópehely esetében, főleg, ha figyelembe vesszük a folyamat sebességét is.

Ezen a téren, a nanométer tartományban a vizsgálatok továbbfolytatódtak, és az Ohioi Egyetem kutatóinak sikerült egy fraktálmolekulát mesterségesen előállítani. A George NEWKOME vezette kutatócsoport a molekulát egy önszerveződő technológiával szintetizálta. A hatszögletű, gyűrűhöz hasonló molekulában a kötéseket vas és ruténiumionok létesítik. A keletkezett molekuláról pásztázó alagútmikroszkóppal alkottak képet. A molekula átmérője 12 nanométer. Hat gyűrűből épül fel, és ebben a hatos rendszerben növekszik tovább (23. ábra) (ÉT2006/33; Ref.no: 12).



23. ábra. Mesterségesen előállított fraktálmolekula és szerkezete
(pásztázó alagútmikroszkóppal készült kép és a molekula szerkezete)

A kisebb méretű ruténium gyűrűket hasonló vas molekula gyűrűk kötik össze.

Tehát, a fenti kísérletek is igazolják, hogy a fraktáltulajdonságok a kristályosodási folyamatban is jelen vannak.

Ezekkel a kristálytani kísérletekkel eljutottunk a fraktálok földtanban való tudatos kereséséhez.

2. 2. 2. A fraktálgeometria megjelenése a földtanban Magyarországon

Az utóbbi években a fraktálgeometriáról (és tágabb értelemben a káoszról) magyar nyelven több elméleti cikk és könyv jelent meg, de a földtudományokat egyetlen egy sem érinti.

A legelső magyar nyelvű, fraktálok elméletét felhasználó földtani vonatkozású publikáció a Magyar Geofizikában jelent meg Bodri Bertalan cikke: „Földrengések fraktálanalízise az ismétlődési időtartamok eloszlásáról” (Bodri, 1999) címmel. Magyarországi és Görögországi kutatási területekre vonatkozó szeizmicitás időbeli változásának sajátosságait vizsgálta. Az ismétlődési időkre és néhány statisztikai jellemzőre egyaránt igazolódott a fraktáljelleg mindkét terület adatrendszerére vonatkozóan.

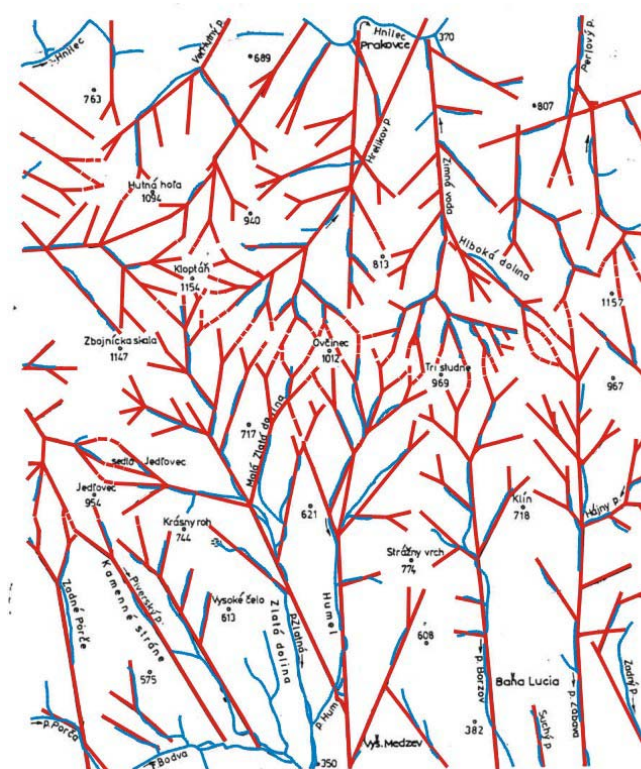
Az első magyar nyelvű előadás, "Töredezettség nyomozása fraktál geometriai elemekkel" cím alatt hangzott el 1999-ben a MFT-MGE közös Zalakarosi Vándorgyűlésén, amelyet e sorok írója tartott.

Nem kellett sokat várni, mert a nemzetközi földtani szakirodalomban is gomba módjára elszaporodott fraktálgeometriai alkalmazások a hazai szakmai életben is jelentkeztek. A 2000. évi VII. Szegedi Geomatematikai Ankéton négy előadás szólt kimondottan a fraktálok földtani alkalmazásairól, további kettő pedig érintette azt:

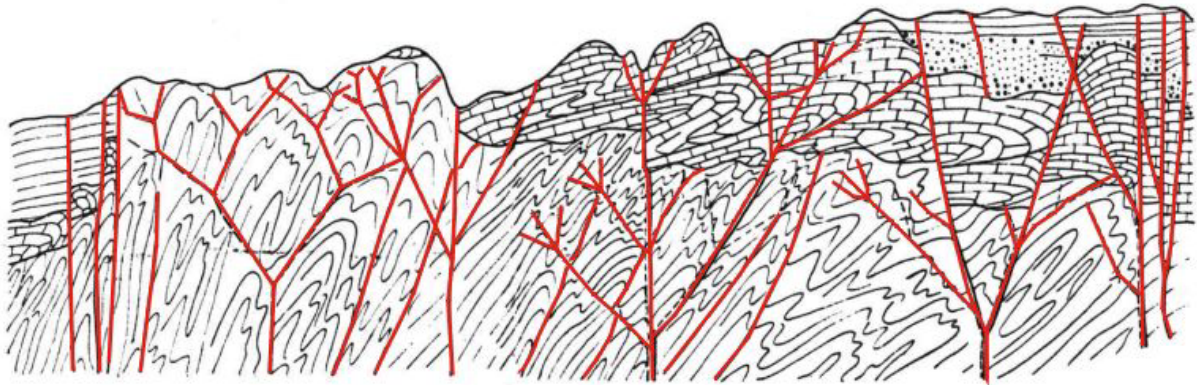
1. Dr. Füst Antal: Fraktál geometria és a káoszelmélet alkalmazási lehetőségei a földtanban
2. M.Tóth Tivadar- Schubert Félix: Fraktálanalízis alkalmazása plasztikus deformáció hőmérsékletének becslésére
3. Szűcs Éva - M.Tóth Tivadar - Schubert Félix: Repedéshálózat felskálázása (upscaling) fraktálokkal
4. Unger Zoltán: Töredezettség nyomozása fraktálgeometriai elemekkel

(Azóta is folyamatosan jelennek meg fraktálgeometiai alkalmazások, amelyek részben érintik a földtan különböző területeit, ezekre azonban itt nem térek ki.)

Nemzetközi szinten 1984-1985-ig kell visszalapoznunk az időben, ha a fraktál-geometria földtani alkalmazásának gyökereire vagyunk kíváncsiak. Az időszámítás a Gömör-Szepesi-érchegységben indul, amikor Pavol GRECULA (1985) felismeri, de nem nevezi fraktálnak a következő jelenséget: az Érchegység völgyhálózata a vetők feltüntetésével, mint kvázi-vízszintes alakzat (24. ábra) nagyon hasonlít a függőleges tektonikai képre. Azaz a fő völgyek a magasabb térszín felé 2-3 alacsonyabb rendű völgyhálózattá alakulnak, akárcsak a mélyebb gyökerű szerkezeti elemek, amelyek a felszín felé közeledve szintén 2-3 alacsonyabb rendű vető struktúrába rendeződnek, amíg már el nem hálnak teljesen (25. ábra).



24. ábra. A Gömöri-hegység egyszerűsített vízhalózata a tektonikai elemekkel (GRECULA, 1985)



25. ábra. Egy közölt modell keresztmetszvény a szerkezeti elemekkel (GRECULA 1985)

Nagy valószínűséggel a szerző még nem ismerte a fraktálokat, így dimenziót sem számolt, de felfedezte az önhasználó, skála-invariáns jegyeket.

WONG et.al (1988) kimutatták, hogy a kőzetek pórusfelülete atomi méretekig leírható a fraktálokkal, felhasználva a kis 2θ szögeket a röntgen diffrakciós (XRD) mérésekből.

CHILÈS (1988) először használja a töredezettség modellezésre a fraktálgeometriát, de nem kizárólagosan, mert geostatistikai elemekkel is kiegészítette a szimulációt. A vizsgálat tárgya mintegy 6600 törés, repedés, amelyek mérettartománya 0,20-20 m közötti, és egy gránithoz kötődő urániumércesedésre vonatkozott. A cikk tartalmaz két vetőeloszlási hisztogramot, amely a repedezettség hosszúság szerinti megoszlását szemlélteti. A szerző lognormális eloszlást feltételez, de a nagy ferdeség miatt, kizárólag exponenciális vagy hatványfüggvénnyel lehetne közelíteni a tapasztalati sűrűségfüggvényt. (Ennek jelentőségét, a következő fejezetben fogjuk látni.)

A. ACUNA és Y.C. YORTOS (1996) cikke volt e munka szakmai elindítója, ugyanis a folyadékok repedéshálózatokon történő szimulációját vizsgálta. A fraktálgeometriai megközelítéssel modellezett repedezettség nyomozása az előző fejezetben említett valószínűségi mező felhasználásával dolgoz ki különböző „scenario”-kat a repedezettség gyakoriságára.

Közel 5 éves szünet után a csendet Q. CHENG és a geostatistikai szakirodalomból ismert F.P. AGTERBERG szerzőpáros törte meg, amikor is elméleti cikket közöltek (1996) az IAMG¹ Mathematical Geology folyóiratban két multifraktál összehasonlításáról. A következőkben megfogalmazzák, hogy a fraktál-spektrum több információt szolgáltat a multifraktálról, mint a kodimenziós függvény.

CHENG (1997) tovább lép, több multifraktálos cikket közöl az említett folyóiratban. Az elsőben a multifraktálok folytonos és diszkrét fraktál-spektrumáról szól, mesterséges példák alapján. Ugyanakkor az ODP²-645 fúrás üledék összetételére vonatkozó gyakorlati példát is hoz, a diszkrét multifraktálokról. A második egy multifraktálmodellezés és „lacunarity”³ elemzés, amely utóbbi fogalmat MANDELBROT vezetett be. E fogalom az alakzatok, a fraktálok heterogenitásának elemzésére vonatkoznak, és a cikk egy bolíviai cink telepen mutatja be a módszert.

WILSON (1997) a Nyugat Virginiai Egyetemről gyűrt szilur rétegekre alkalmazta sikerrel a fraktálgeometria elemeit, és pedig a keresztmetszvények kiegyenlítésére (cross-section balancing).

CELLO (1997) a dobozdimenzió alkalmazásával kimutatta, hogy egy adott méret (i.e.635m) feletti negyedidőszaki vetők fraktáljellegűt mutatnak a Monte Vettore térségében, ellentétben a kisebb méretűekkel.

WEN et.al. (1997) (Norvégia) először foglalkozik a fraktáldimenzió bizonytalanságával, amelyre két becslési módszert is bemutat, kihangsúlyozva, hogy a geológiai paraméterek jellemzésére nem célszerű egyetlen fraktáldimenziós számot használni.

PAPE et. al. (1998 - Ref [6]) egy diagenizált alsó permi Rotliegend homokkő 640 mintájának elemzésével bizonyítják, hogy hasonló permeabilitási eredményre jutottak az egyszerű fraktálmodell felhasználásával, mint a szemcseeloszlások és karotázs mérések bonyolult értelmezési eljárásaival.

BUDD et.al. (1999) egy új modellt dolgoztak ki az önhasználó redők rugalmas közegben – viszkózus a mátrix esetére – történő kialakulására és fejlődésére.

HOSKIN (2000) a cirkon mellék/járolékos és nyomelemeinek térbeli eloszlásának és gyakoriságának mennyiségi jellemzésére elsődlegesen fraktálstatisztikát használt.

KORVIN et.al. (2001) egy kísérleti módszert ismertet, amellyel a fokozatosan növekvő nyomásnak alávetett üledékes kőzetek pórusfelszínének fraktáldimenzióját vizsgálták. A

¹ International Association for Mathematical Geology

² Ocean Drilling Program

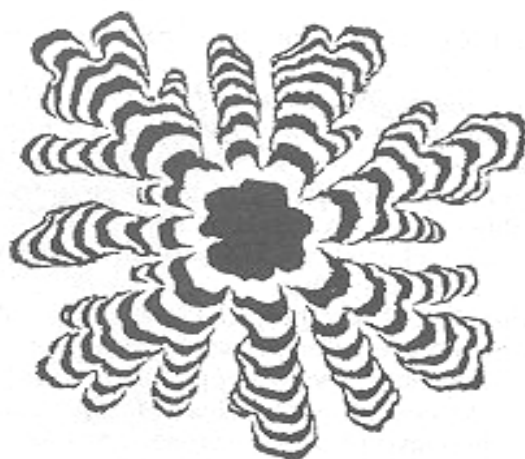
³ = hézagosság

cikkből kiderül, hogy a nyomás emelkedésére a homokkövek esetében az említett fraktáldimenzió növekszik ($D \sim 2$ -ről $2,5$ -re), míg a mészkövek esetében csökken ($D \sim 2,7$ -ről $2,65$ -re). Ennek jelentősége a folyadékáramlásban mérhető le.

LORRILLEUX et.al. (2002) egy urániumtelep (Athabasa Basin, Saskatchewan) breccsáinak vizsgálatakor rájöttek, hogy a mátrix százalék és a breccsát alkotó kőzetdarabok morfológiai eloszlása összefüggést mutat a breccsák érettségével, amely egyenes arányban áll a négyféle breccsát alkotó kőzetdarabok morfológiai elemzéséből számított fraktáldimenziójával.

M.TÓTH et.al. (2004, Ref 9.) perkolációs szimulációkat végez repedéshálózatokra, a Repsim nevű általuk fejlesztett programmal, és a rendszer bizonytalanságát vizsgálja a perkolációs küszöb keresésével. Ugyanis e küszöb felett kommunikáló repedéshálózat jön létre.

Elméleti bevezetővel ellátva, gyakorlati példákkal szemléltetve VICSEK (1992, Ref 7.) a „Növekedési jelenségek” (eredeti címén: Growth Phenonema) című könyvében földtani alkalmazásokat is említ. Ilyen példa a szóródási perkoláció jelensége, amely a szemcsék „lerakódásának” modelljét mutatja. E jelenség szintén egyik fajtája az elárasztásos perkoláció, amely porózus közegben két folyadék – nedvesítő és nem nedvesítő – áramlását írja le. E jelenséget nagymértékben befolyásolja a kapillaritás jelensége, eredményét az olajiparban tudják hasznosítani, a kitermelési tényező növelésének érdekében, a vízbesajtoló kutak nyomásának kellő megválasztásával. A túl nagy nyomás, azaz a gyorsabb ütemű besajtolás lefűződő olajfoltokat eredményezhet. Mivel a víz mint nedvesítő folyadék körülveszi a foltot, és szigetelő hatása miatt a további másodlagos termelési módszerek már nem eredményesek a maradék olaj kitermelésében. A 26. ábrán szemléltetett jelenséghez hasonló folyamat játszódhat le a magasabb nyomású vízbesajtolás esetén is.



26. ábra. Felületi feszültség által dominált viszkózus ujjasodás számítógépes szimulációja során előállított mintázat. A csíkozás az időbeli fejlődés követését segíti. (VICSEK, 1992)

Szintén e könyv tesz említést egy olyan jelenségről, amelyet diffúzió limitált aggregációnak (*DLA*) neveznek és a dentrites kristály-növekedéseket írja le. E jelenség az oldat felületi feszültségétől függ.

További és szintén magyar szerző tollából származó könyv a KORVIN GÁBOR (1992) által Ausztráliában kiadott „Fractal Models in the Earth Sciences”. Már a tartalomjegyzék is kimerítőnek tűnő változatossággal érinti a földtan szakterületeit: „Önhasonló folyók; Milyen hosszú a Vistula?; A tekervényesség paradoxonja (a kaolinitet tartalmazó homokkövek); Parthosszúságok; Mandelbrot kerület-terület szabálya; Az üledékképződés paradoxonja (az üledékhiányok fraktál modellje); Vonalmenti fraktálok; Síkbeli fraktálok (repedezettség, földrengések, vulkánok); A Korčák törvény és a feldarabolódás elmélete; Fraktál felületek; Az idő paradoxonja (a Hurst jelenség)”.

Jelen esetben a töredezettségre vonatkozó fejezetre térünk ki, mivel ezt használjuk a továbbiakban. A síkbeli fraktálok közül a töredezettségre vonatkozó rész a 2.4.2-es alfejezetben található. Itt a szerző leírja, hogy a töredezettség vizsgálatában a dobozdimenzió (box-counting) számítása a legelterjedtebb a fraktáldimenzió megállapítására. Különböző területekről származó esettanulmányokkal mutatja be a számolás módját, és némely esetben a bifraktál jelleget is kidomborítja.

A 3-as fejezet a Korčák törvény ismertetésével indít, és annak Mandelbrot által továbbfejlesztett változatát is bemutatja, amelynek lényege, hogy a szigetek, tavak és barlangok méreteloszlása hatványfüggvény jelleget mutat. Ehhez kapcsolódik az anyagok (3.2.1 alfejezet) feldarabolódása is, amely minden skálán előfordul a természetben, a

közetekben előforduló litoklázisoktól a jéghegyek leszakadásán keresztül a galaxisok anyageloszlásáig. Ennek a feldarabolódási mechanizmusnak a jelentőségét nemrég fedezték fel. Mint hatványjellegű fraktáljelenség hierarchikus szerkezetet mutat, azaz egy magasabb szintű törésnek megvan az alacsonyabb szintű megfelelője is. Ennek az elvnek a megfogalmazása elvezet a renormalizációs csoport elméletéhez⁴.

A szerző MATSUSITA (1985) és TURCOTTE (1989) publikációiból kiindulva, ebben a fejezetben szemléletesen és általánosítva levezeti, hogy bármilyen n dimenzójú térben az önhasznós eloszlású fraktálok dimenziójának törtrésze azonos. Ez egybeesik azzal az állítással (VICSEK, 1992), mely szerint egy magasabb topológiai dimenzióban ($n=3$) található D dimenziójú fraktál eggyel alacsonyabb ($n=2$) topológiai dimenzióra való vetülete azonos $D-1$ -gyel; és $D-2$ -vel, ha kétfel alacsonyabb ($n=1$) topológiai dimenzióra vetítjük.

Az említett könyv a továbbiakban számos oldalt szentel a fraktál felületeknek, amelynek részleteire itt nem tér ki.

Egy teljes könyv (BARABÁSI, et. al. 1995) foglalkozik az előzőekben is említett fraktál felület növekedések elméletével, amely nem geológiai alkalmazásokat tartalmaz, de az itt leírtak a közeljövő földtani alkalmazásainak elméleti alapját jelenthetik, gondolok itt a nanokristály- és ásványtanra.

A "Journal of Structural Geology" egy külön számot szentelt (COWIE, et. al., 1996) a vetők és a repedezetség fraktálgeometriai megközelítésére. A cikkek egy kétnapos konferencia anyagát sűrítik, amelyet a Shell Research szponzorált. Íme néhány téma:

Az egyik cikk (YIELDING et. al., 1996) a szeizmikus anyagon és a magadatokon azonosított vetők illetve repedések között keresi a kapcsolatot és egy ideális fraktálmodell alapján arra a következtetésre jutnak, hogy a mintavételezés nagyon befolyásolja az eredményeket, és hogy az értelmező geológust szubjektíven vonzzák a töredezetebb zónák.

CLARK (1996) a cikkében a vetők hosszának és elvetési magasságának hatványfüggvény szerinti eloszlásáról ír, és szigorú regressziós vizsgálat eredményeként a két említett paraméter között nagyon szoros lineáris kapcsolatot bizonyít.

FOX (1996) két Északi-tengeri mező 3D-s szeizmikus mérés alapján meghatározott vetőit és a magokon azonosított repedéseket egy konzisztens egységnek tekinti, és fraktálgeometriai elemekkel keresi a kapcsolatot a két lépték között, hatványfüggvénnyel leírható populációkat feltételezve. Megállapítják, hogy az 1-10m hosszúságú vető/repedés tartomány az, amely a két módszer felbontása miatt láthatatlan.

⁴ K.G.Wilson ennek az elméletnek a kidolgozásáért 1982-ben fizikai Nobel díjat kapott, amelynek matematikai alapjait Major Péter és P.M.Bleher közösen rakták le.

MARETT (1996) a repedezettség „aggregate” = összesítő/kumuláló tulajdonságára hívja fel a figyelmet. Ezt a Riemann-féle zeta függvénnyel vizsgálja, amelynek argumentuma, ha nagyobb 1-nél, akkor a nagyobb repedések jobban hozzájárulnak ennek a hatásnak a növeléséhez.

FOSSSEN és RORNES (1996) a Gullfaks olajmező (Északi-tenger) vetőire végzett fraktálelemzés alapján azt állítják, hogy a log-log gyakorisági keresztábrára a 10-90 m-es elvetésekre 0,3-as meredekséget kapott, míg a 90-165 m közöttiekre közel 1-et. Az egyszerű egyenes meghosszabítást a szeizmikus felbontóképesség alatti tartományra mint extrapolációs becslést helytelennek tartják. Az eredeti populáció geometriai kritériumok alapján történő feldarabolása 0,73-2,05-ös skálázási kitevőt eredményezett, amelyet elfogadhatóbbnak tartottak.

NICOL et al. (1996) felteszik a kérdést, hogy a vető paraméterek valóban hatványfüggvény szerinti eloszlást mutatnak? Egy szénmedence felszíni kibúvásaiban és a sekélyszeizmikus mérés alapján felvett vetőadatok egyrészt tagadják a kérdést. Ugyanakkor a kisebb léptékű vetőkre igazolják, hogy valóban hatványfüggvény szerint változnak a vetőgyakoriságok.

WATTERSON et. al. (1996) egy 87 km²-es terület 2257 vetőadata alapján úgy gondolják, hogy szeizmikus mérttartományban vannak. Véleményük szerint a kiértékeléssel megalapozott szeizmikus mérttartomány alatti becslés végezhető ~ 0,6 m-es tartományig. Ez alapján 54 különálló tömbre osztották fel a 87 km²-es kutatási területet.

WOJTAL (1996) megállapítja, hogy a széntelegek különböző szintjei eltérő skálázási faktorral rendelkeznek az időbeli kialakulásuk függvényében.

CLADOUHOS et.al. (1996) megerősítenek abban, hogy a vetőhosszak hatványfüggvény szerinti eloszlást követnek. Ugyanakkor igazolják, hogy az egyetlen vető mentén „nőtt”, kialakult repedezettség teljesen másként viselkedik, mint az, amelyik repedés hálózatot mutat, azaz az eloszlás nem hatványfüggvény szerinti.

A kötet érdekessége, hogy SCHULTZ A.R. és FORI N.A. (1996) szerint a Marson⁵ is hatványfüggvény szerint alakul a vetők hossza. Állításuk szerint szintén fraktáljellegű a vetők növekedése és ezt három Marsi gráben területén vizsgálták, analógiákat keresve és találva a Földi grábenekkel.

⁵ A Marsról az adatok űrfelvételek értelmezéséből származnak.

Két kiadása is ismert a már említett D.TURCOTTE (1997) könyvének, amely a KORVIN Gábor-féle könyv nyomdokaiba lép, és meggyőződésem, hogy ismertsége csupán azért nagyobb, mivel később jelent meg, amikor már a nemzetközi szakmai társadalom jobban be tudta fogadni az újabb elméleti megközelítéseket. Fejezetei érintik a földtani és geofizikai alkalmazások zömét, de mélységében a KORVIN-féle könyv részletesebb.

Az olajipari nyomás valamint a környezetvédelmi lobbierősödése egyre több olyan szakkönyv megjelenését tette lehetővé, amely az elméleti- és határtudományok magas szintű népszerűsítését tűzte ki célul. Egyik ilyen könyv, amelyben szintén szó esik a fraktálokról, és érdeklődéssel forgathatják a szakemberek, a Kluwer Academic Publisher kiadásában megjelent ADLER és THOVERT (1999) könyve: „Theory and Application of Transport in Porous Media”. A cím alapján is látható, hogy áramlástannal foglalkozóknak szól a könyv, amely elméleti bevezetője tartalmaz önhasznós tulajdonságok címszó alatt fraktáltulaj-donságokat. További fejezetekben is előfordulnak a fraktálok a perkoláció, sőt a renormalizáció fogalma is.

V.P. DIMRI (2000) szerkesztésében jelent meg az „Application of Fractals in Earth Sciences”, amely szintén cikkgyűjtemény. A klasszikus fraktálgeometriai alkalmazásokon túl szó esik egy-egy cikkben a káosz alkalmazásáról a geofizikai idősorokban, sőt a katasztrófaelmélet nemlineáris geofizikai feladatok megoldására tesz javaslatot.

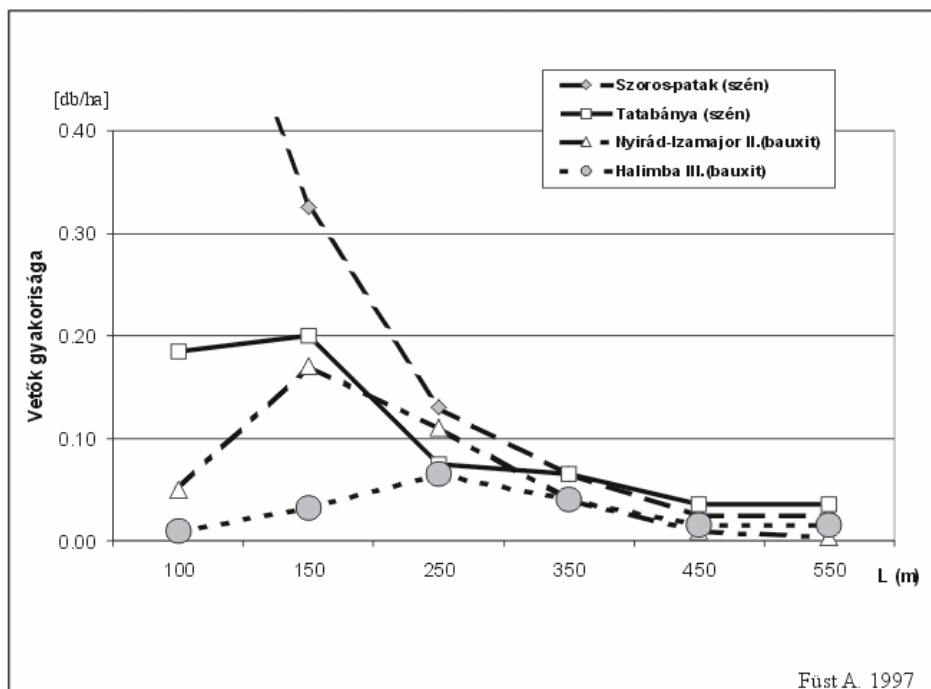
Összefoglalva a kutatástörténeti fejezetet megállapítható, hogy a fraktálgeometria alkalmazása egyre nagyobb teret hódít, de az előbbieken alapján még nem beszélhetünk ipari méretű és elterjedésű alkalmazásokról. Az mindenképp előrelépésnek számít, hogy már elméleti szintetizáló jellegű kiadványok is megjelennek.

3. Vetőstatistikai számítások

3.1. A vetőstatistikai vizsgálat tárgya

A szilárdásvány-bányászati szakirodalomból ismeretes, hogy a fejtési mezők kijelöléséhez, vagyis a bányaművelés tervezéséhez meghatározzák az ún. vetőmentes terület nagyságát (FÜST, 1997). Ennek ismerete a szén-, illetve bauxittelepek lefejtése miatt fontos. Minél nagyobb a vetőmentes terület, annál biztonságosabban és gazdaságosabban végezhető a bányaművelés. (Megjegyzendő, hogy a vetőmentes terület valójában nem vetőmentes, viszont csak olyan kisméretű vetőket tartalmaz, amelyek nem befolyásolják a bányaművelést.)

A tektonikai elemek több paraméterrel jellemezhetők, amelyek közül itt a vetőhosszúság tulajdonságaira hívom fel a figyelmet. A 27. ábra a szilárdásvány-bányászatból ismert példát szemlélteti.



27. ábra. A szilárdásvány bányászatból ismert vetőhossz-gyakoriságok (szén és bauxit) (FÜST, 1997).

A vetők hosszúságának empirikus gyakorisága a rövidebb értékek irányába csökken, holott a gyakorlat azt mutatja, hogy a kisebb repedések száma nagyon megugrik. A kutatási módszer, annak léptékbeli felbontóképessége (szeizmika, magfúrások), továbbá az értelmezések szubjektivitása miatt szemünk előtt rejtve maradnak a valóságban ténylegesen létező kis értékű tartomány vetői. A pontokra illesztett függvény negatív kitevőjű hatványfüggvény (FÜST, 1997).

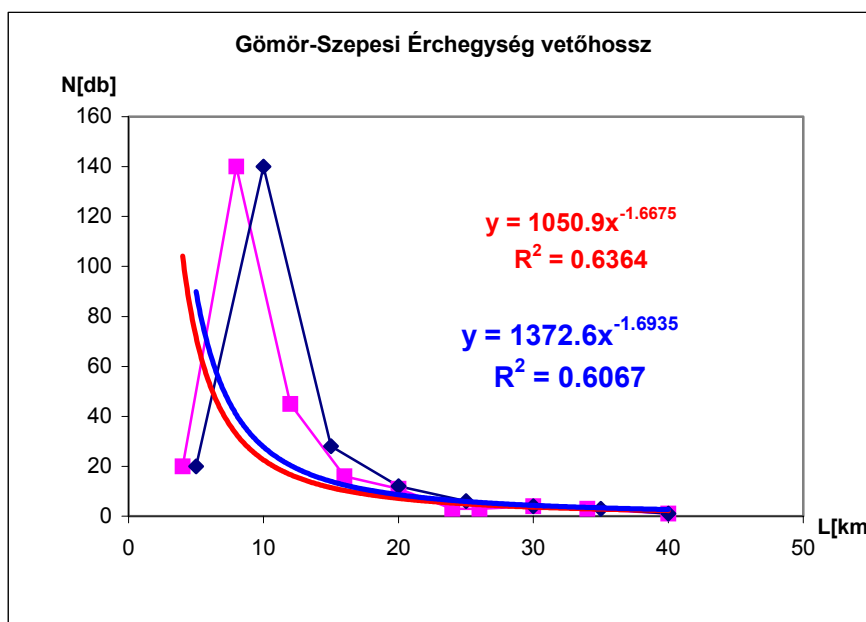
Ugyanilyen fontos lehet a vetőmentes területek körvonalazása, sőt térképezése a nyersanyagkutatás további területein (pl. szénhidrogén-kutatás és -termelés) és a környezet-védelmi és környezetbiztonsági, valamint műszaki földtani feladatok megoldásában. Jelen PhD dolgozat a vetőmentes területek, a töredezett zónák nyomozásával foglalkozik, és e fejezet a vetőstatisztikai számításokról szól, amelyet gyakorlati példákkal szemléltetek.

3.2. Példák vetőstatisztikai számításokra

1. példa:

A 2.2.3 fejezetben említést teszek arról, hogy Pavol GRECULA (1985) vette észre: a Gömör-Szepesi-érchegység völgyhálózata és tektonikai térképe (21.ábra) önhasonló jelleget mutat a földtani keresztmetszvények tektonikai (22.ábra) elemeivel. A közölt térképe alapján sikerült a vetők hosszát lemérni és vetőstatisztikai számításokat végezni.

A vetők hosszúság szerinti eloszlását két felbontás mellett szemléltetem a 25-ös ábrán. Mindkét esetben az irodalomból ismert közelítő függvényt illesztettem a pontokra, amelynek abszolút értékben közel 1,6-os kitevője. Ebben az esetben is tapasztalunk egy jelentős visszaesést a 10 km alatti tartományban.

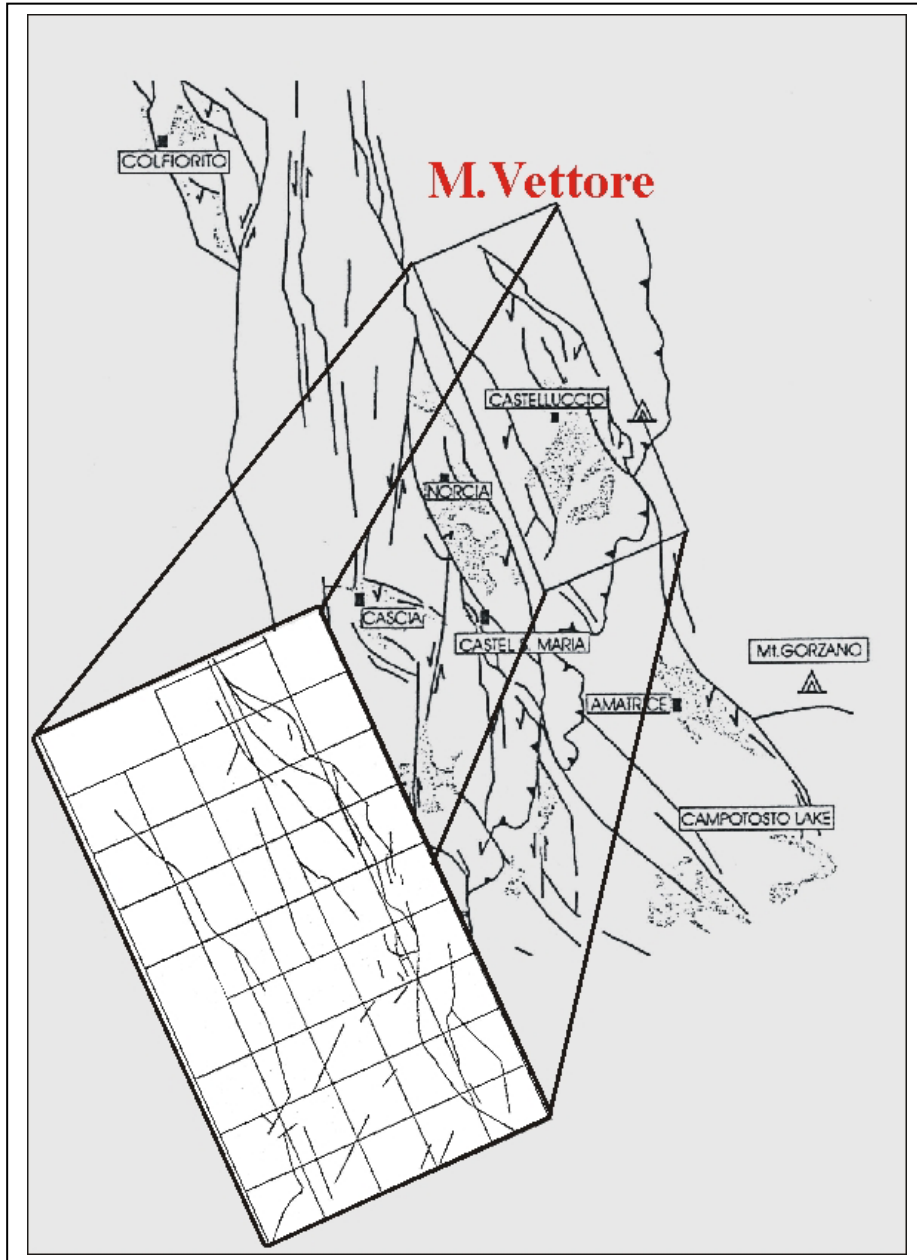


28. ábra. A Gömör-Szepesi-érchegység vetői hosszúságának eloszlása

A Leopold –Woldman – Miller szerinti vízfolyás-sűrűség vázlata (29. ábra) jelenti a Horton-féle vízhálózat-elemzés alapját (PÉCSI, 1971, pp. 54-60.) A Horton-törvény alkalmazásával (TURKOTTE, 1997), az adott rangú völgyszakaszok paramétereiből kiszámol-

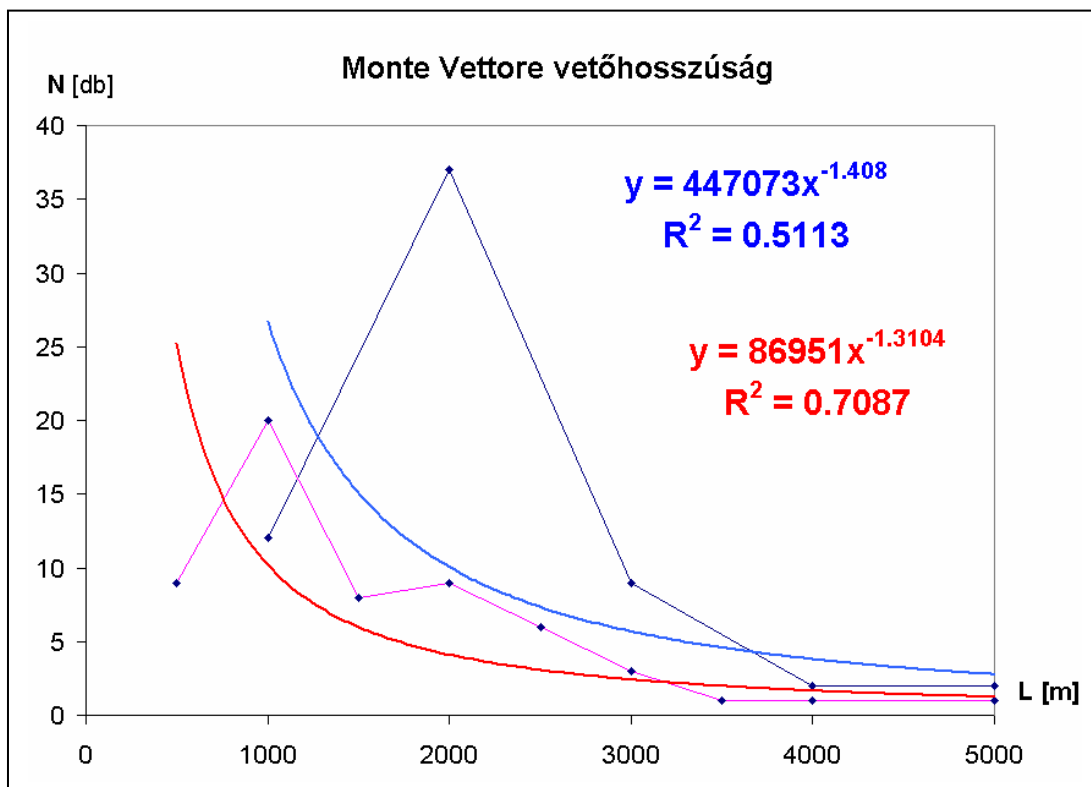
2. példa:

Az értekezés említett fejezetében egy Appenin félszigeti példára hivatkozok, amelyet CELLO (1997) végzett (30. ábra).



30. ábra. A Monte Vettore területe a feltüntetett vetőkkel (CELLO 1997)

A feltüntetett lépték segítségével megmértem a vetők hosszát és elvégeztem a vetőstatisztikai számításokat (31. ábra). Két felbontás mellett (500m és 1000m) szemléltetem a vetőhosszúság-gyakoriságokat. A korábban ismertetett módszer szerint a vetők gyakoriságát közelítő hatványfüggvény kitevőjének abszolútértéke 1,4 illetve 1,3.



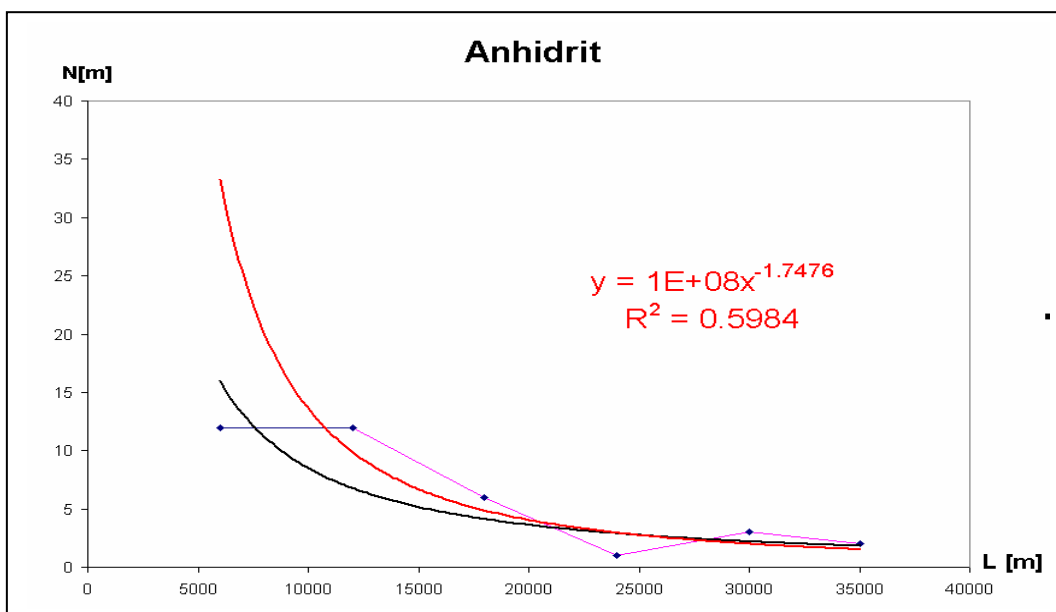
31. ábra. Monte Vettore vetőstatistikai számításának eredménye

Megjegyezzük, hogy a területet idősebb gyűrt karbonátok és márgák, valamint fiatalabb turbidites összletek alkotják.

3.példa:

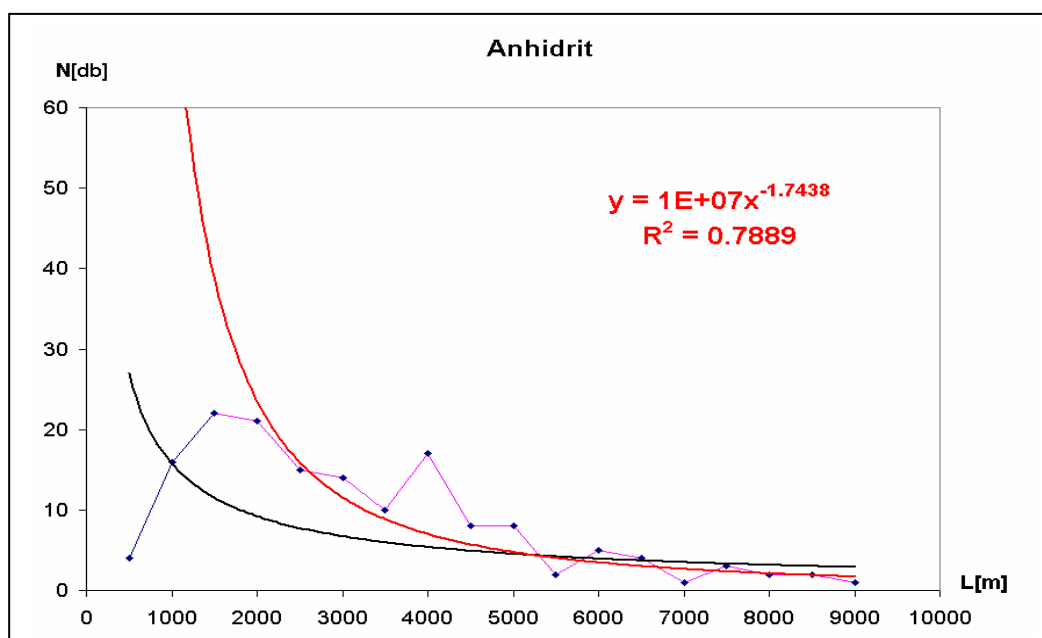
Az eddigiek alapján is látható, hogy a változatos közettani előfordulások kevésbé befolyásolták a vetők megjelenési formáit, jellegét, így a módszer alkalmazhatóságát. Ezért a soron következő példa egy szénhidrogén kutatási területen kb. 2000 méter mélyen előforduló anhidrit töredezettségéről szól (MOL belső tanulmány 1999). A törésvonalak hosszát az anhidrit szeizmikus időmélység szintvonalas térképén mértem le. Így a statisztikai vizsgálatom itt is a vetők hosszúságára vonatkozik.

A vetők hosszúságának gyakoriságát szintén hatványfüggvénnyel közelítettem $-1,75$ -ös kitevővel (32. ábra). Ebben az esetben is tapasztalható a rövidebb vetők hiánya, ezért ebben az esetben az empirikus gyakoriság leszálló ágára illesztettem a függvényt.

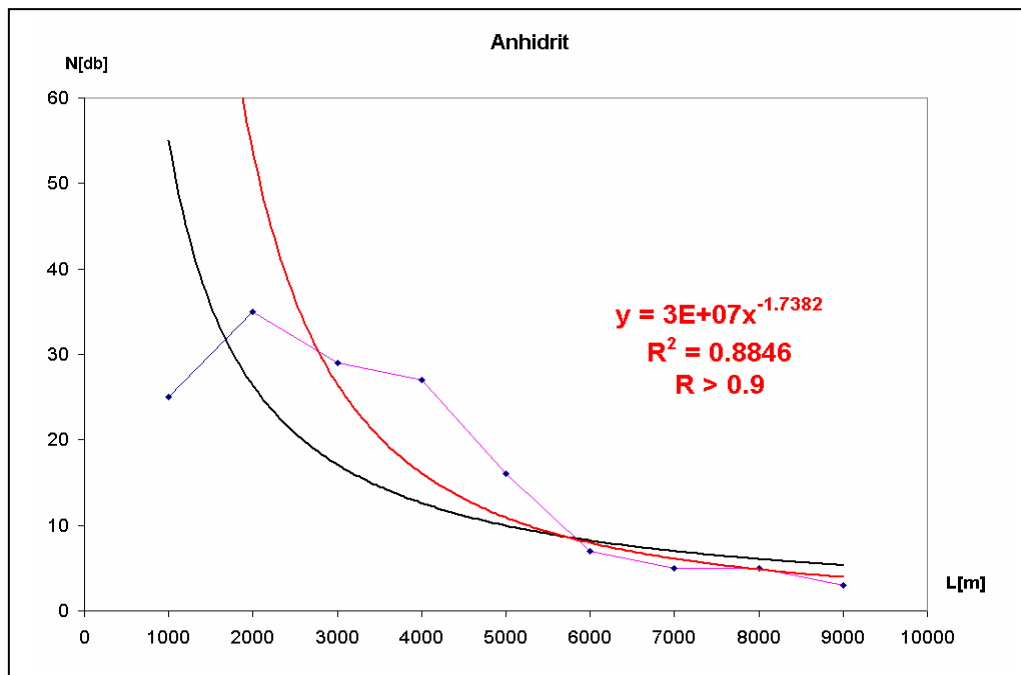


32. ábra: Vetők hosszúság-gyakoriságának hatványfüggvénnyel való közelítése

Tekintettel a fenti nagy intervallumszélességre (6km), szétszedtem a törésvonalakat az őket alkotó kisebb vetőkre, és így is elvégeztem a statisztikai számításokat, amely eredménye szintén két $-1,74$ -es kitevőjű hatványfüggvény-közelítés volt. A két felbontásban (500m, 1000m) szemléltetett vetőstatisztika (33. és 34. ábra) mindkét esetben ugyanazt az eredményt adta. Ebben az esetben is indokoltnak ítélttem csak a leszálló ágra illeszteni a függvényt.



33. ábra. A szétszedett vetők hosszúság-gyakoriságának hatványfüggvénnyel való közelítése – 500 m-es felbontásban



34. ábra. A szétszedett vetők hosszúság-gyakoriságának hatványfüggvénnyel való közelítése – 1000 m-es felbontásban

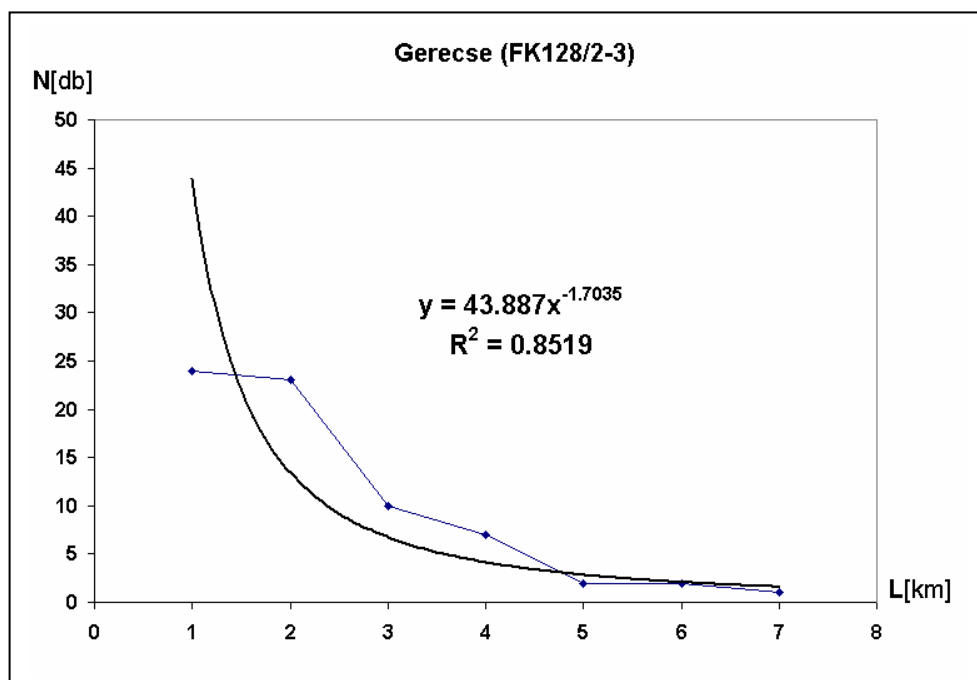
Tehát az eddigiek alapján látható, hogy e módszerrel a töredezettség adott kőzetre megbecsülhető, az illesztett függvény alapján előrejelezhető adott hossztartománybeli hiányzó vetők száma.

4.példa:

A Földtani Közlöny összevont 128/2-3 számában Fodor és Lantos (1998) megjelent tanulmánya a Nyugati-Gerecse liász törésvonalait elemzi. Mint ismeretes, a változatos tektonikájú terület felépítésében középkori karbonátok, breccsa, homokkő, sőt egri konglomerátum is előfordul. Az említett cikk 1. ábráját (itt 35. ábra) vetettem statisztikai elemzés alá és a vetők hosszúságára abszolútértékben 1,7-es kitevőjű hatványfüggvény lett a közelítés eredménye (36.ábra).



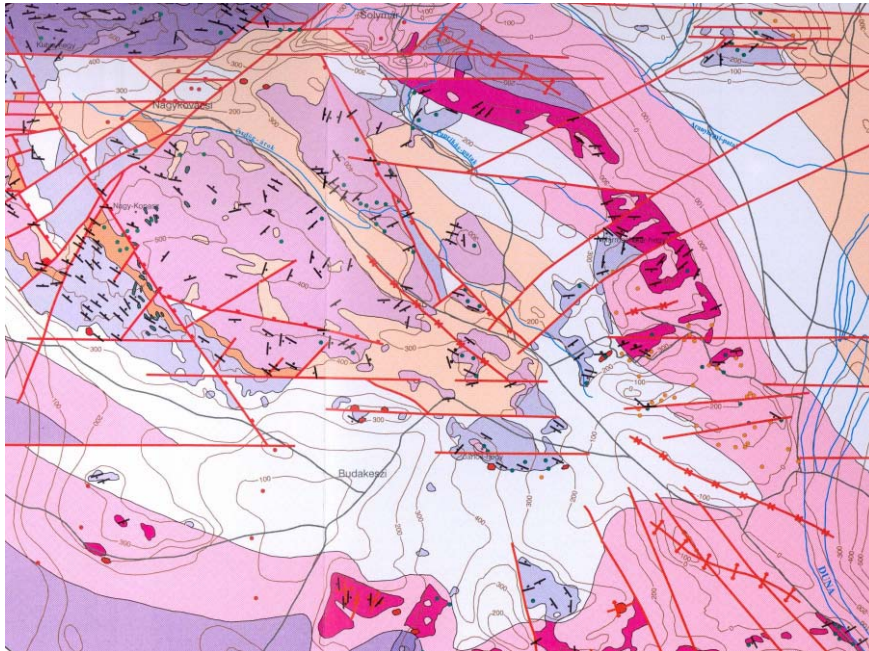
35. ábra. A Gerecse nyugati és középső részének földtani térképe a feltüntetett tektonikai elemekkel (FODOR és LANTOS 1998)



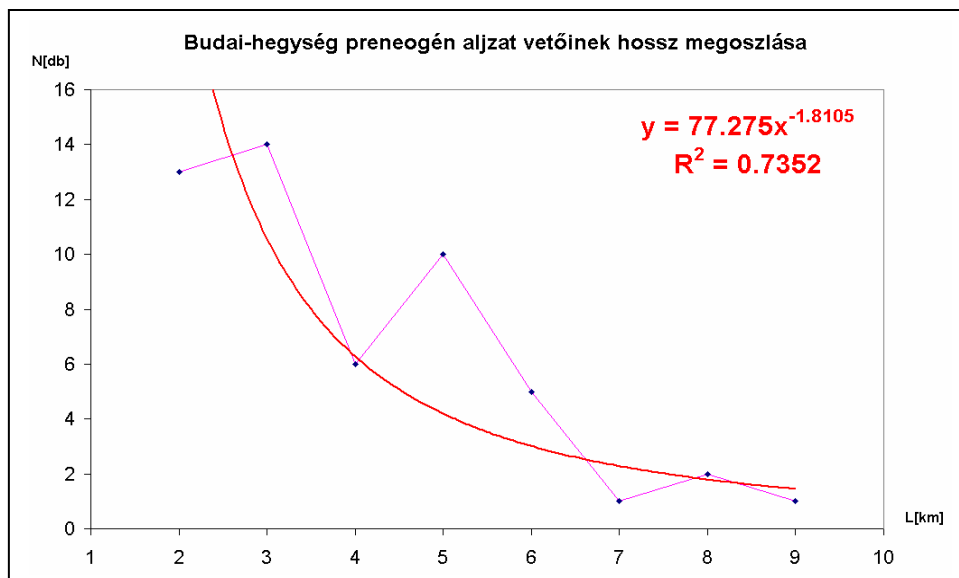
36. ábra A Gerecse vetőhosszágainak megoszlása és hatványfüggvénnyel való közelítése

5.példa:

A Budai-hegység preneogén aljzattérképén (Korpás, 1999) azonosított vetőkre (37.ábra) végzett vetőstatisztikai számítások, abszolútértékben 1,81-es kitevőjű közelítő hatványfüggvényt eredményezettek a vetők hosszúságának gyakoriságára (38.ábra).



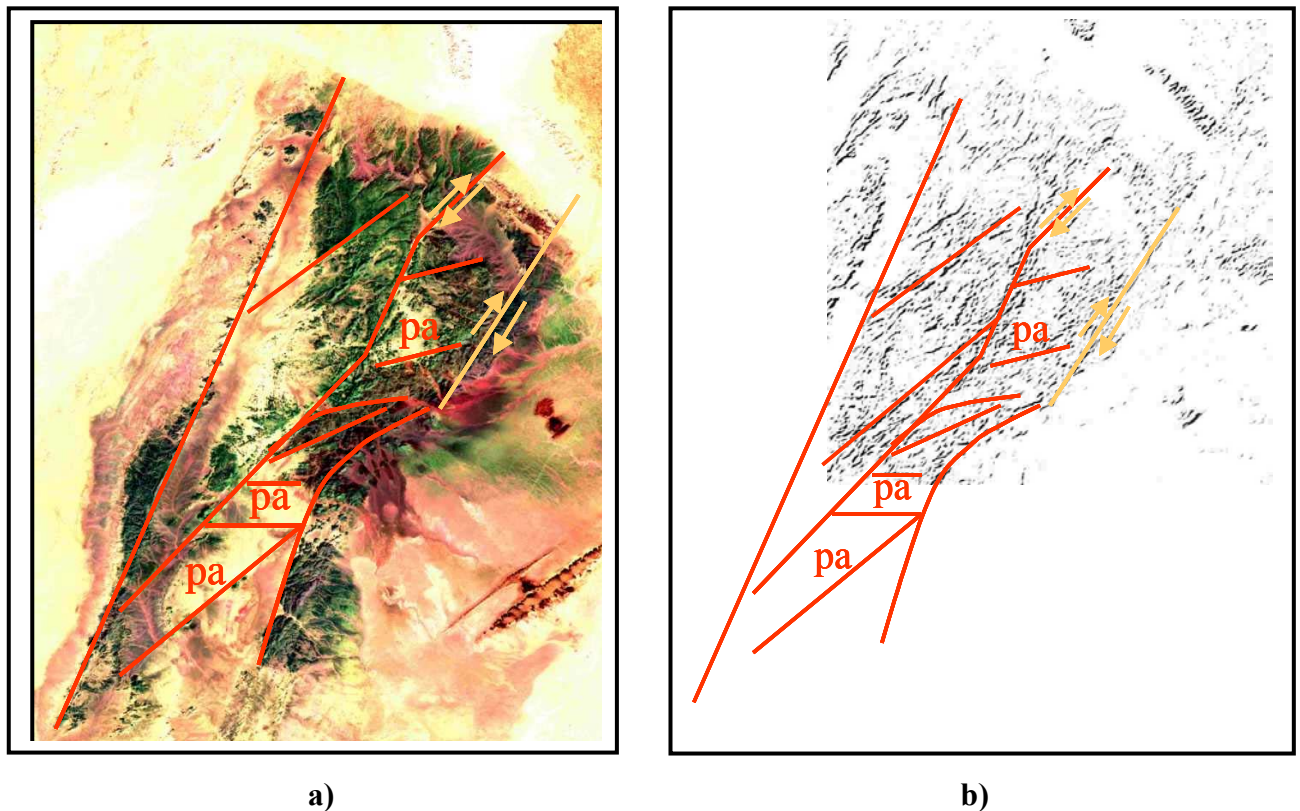
37. ábra. A Budai-hegység preneogén aljzat tektonikai térképe(KORPÁS, 1999)



38. ábra. A Budai-hegység vetőinek hosszúság-megoszlása és hatványfüggvénnyel való közelítése

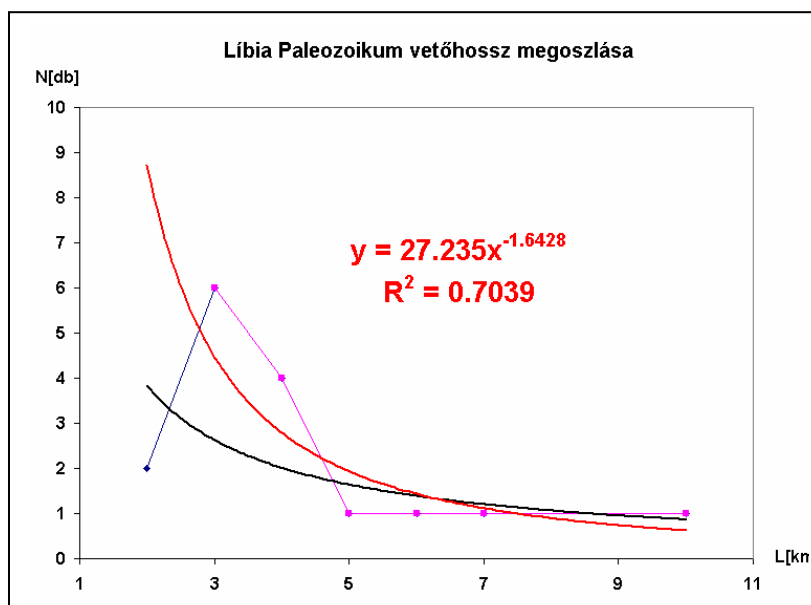
6.példa:

Az ACTA Geologica Hungarica geomatematikai különszámában a MÁFI⁶ líbiai térképezési programban alkalmazott távérzékelési eredményekről számolunk be (UNGER&SÍKHEGYI 2004). A cikk 7. és 8. ábrája (itt 39. **a** és **b** ábra) lineamensek nyomozását szemlélteti egy sivatagi paleozoikum kibúvása felszíni kibúvás térségében. Ezeket lineamenseket, amelyek a digitális szűrések eredményeként jöttek létre, vetettem vetőstatistikai vizsgálat alá. Eredményképpen (40. ábra) abszolútértékben 1,64-es kitevőjű hatványfüggvényt kaptam közelítésnek.



39. ábra. A líbiai paleozoikum kibúvása a Landsat TM (365) űrfelvételen (**a**) és a digitális szűrések eredményeként létrejött lineamens térkép (**b**) tektonikai értelmezése (UNGER&SÍKHEGYI 2004)

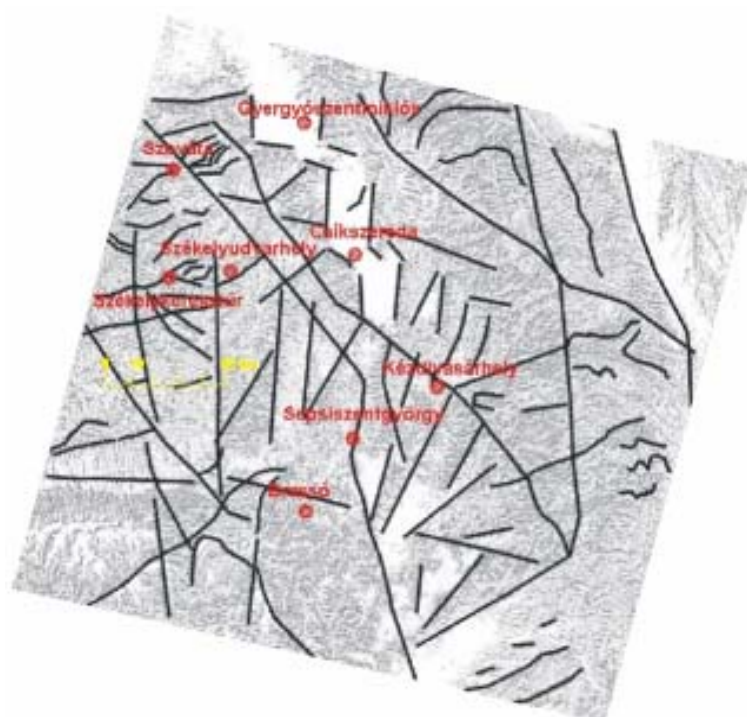
⁶ Magyar Állami Földtani Intézet



40. ábra: A líbiai vetők hosszúság-megoszlása és hatványfüggvénnyel való közelítése

7.példa:

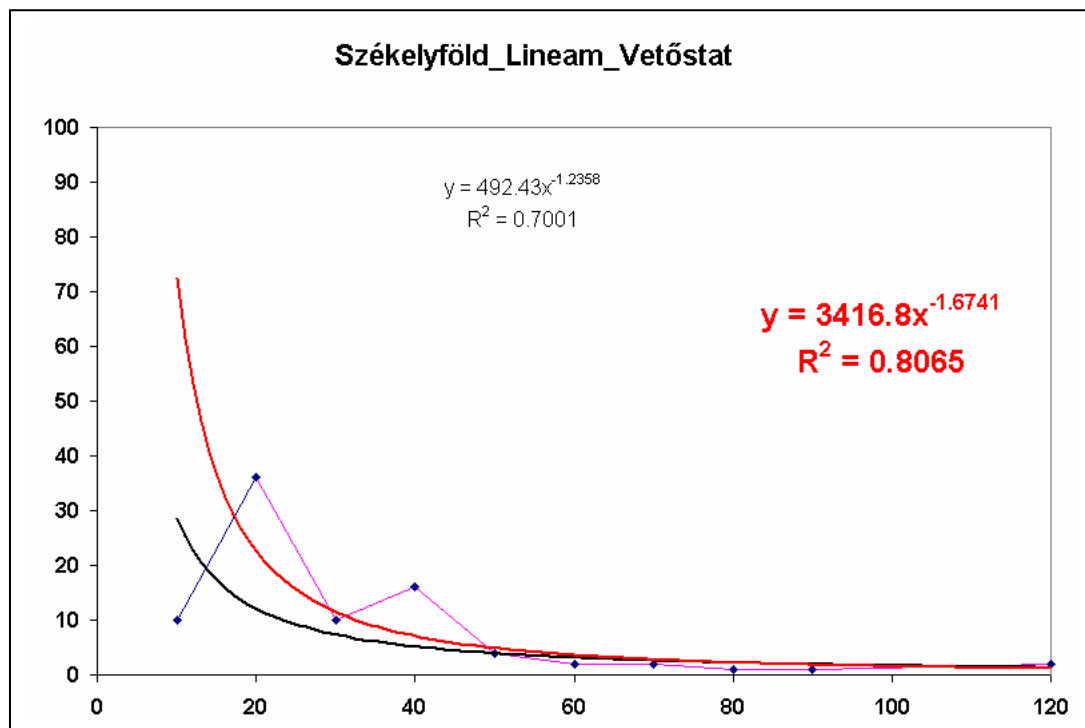
Egy Landsat TM űrfelvételt, lineamensekre vonatkozó, digitális szűrőssorozatnak vetettünk alá és az értelmezés során egy Székelyföldi lineamens-térképet (41. ábra) kaptunk (UNGER Z., TIMÁR,G. 2005). Ez egy lényegesen részletesebb térkép, mint a szakirodalomban szereplő tektonikai térképek (SĂNDULESCU, M. 1984; MEZHELOVSKIY&SĂNDULESCU 1988, MUTIHAC, V. et. al. 2004).



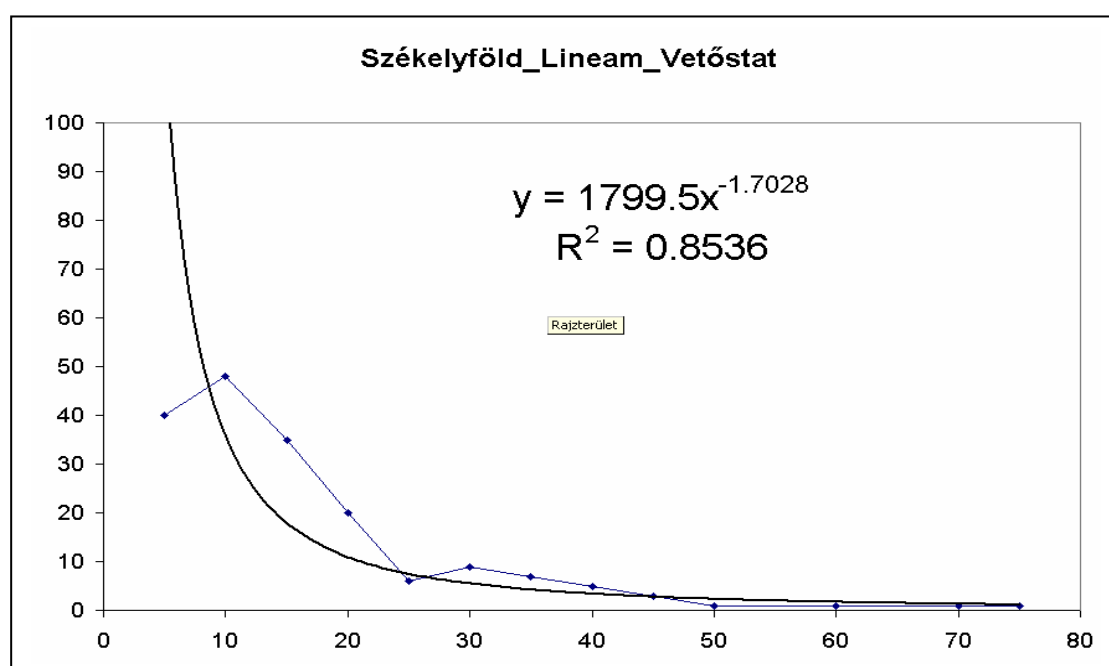
41. ábra. Székelyföld
lineamens-térképe

(UNGER Z., TIMÁR,G. 2005)

A lineamensek hosszúságára elvégeztem a vetőstatistikai számításokat, és a korábban ismertetett módon, két felbontásban ábrázoltam a lineamensek számát. Ezeket abszolút-értékben 1,64 és 1,7-es kitevőjű hatványfüggvényekkel közelítettem (42. és 43. ábra), az első esetben indokolt volt szintén a leszálló ágra illeszteni a függvényt.



42. ábra. A székelyföldi lineamensek hosszúságának megoszlása és hatványfüggvénnyel való közelítése (10km-es felbontás)



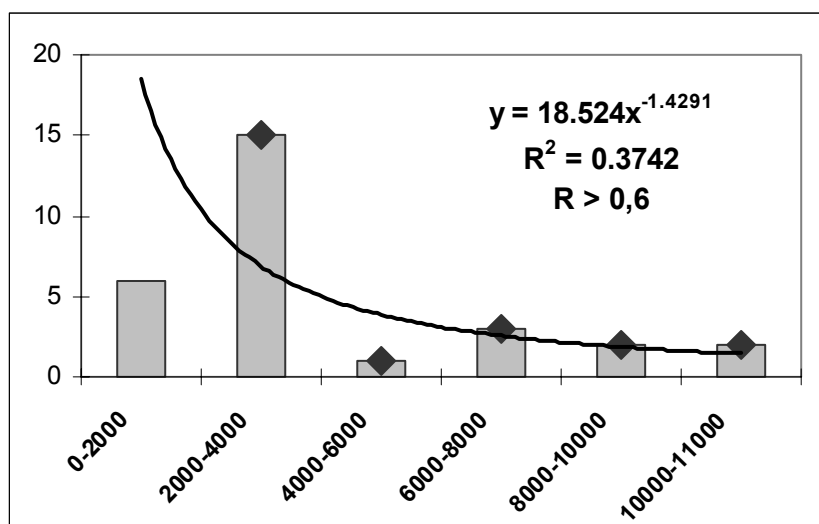
43. ábra. A székelyföldi lineamensek hosszúságának megoszlása és hatványfüggvénnyel való közelítése (5km-es felbontás)

8. példa:

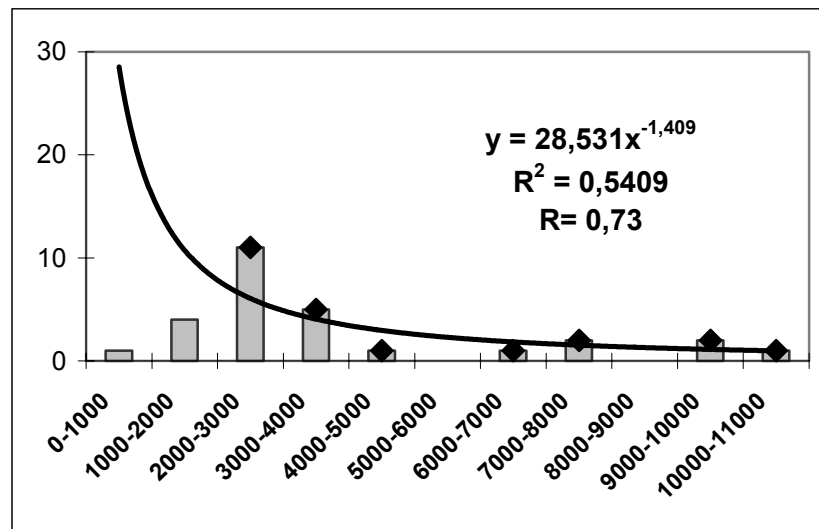
Szintén a szénhidrogéniparból származó példa (MOL Rt. 1997) merev, diagenizált kvarchomokkő vetőre vonatkozik. A paleozoós, tektonikailag igen megviselt kőzet pórusait eltömte a másodlagos kvarckiválás. Ebben az esetben is kulcsfontosságú a tárolóként működő kőzettest vetőstatisztikai felmérése. Akárcsak az anhidrites példánál, ebben az esetben is a szeizmikus felmérés értelmezése nyújtotta a bemenő adatokat, a digitálisan lement vetőhosszúságokat a tárolótetőről. Köztudott, hogy ezeknek a vetőknek egy része térképezhető a hagyományos szeizmikus módszerekkel, de nagyon sok vető és törés marad rejtve a szeizmikus hullámok előtt, főként, ha több ezer méternyi mélységekről van szó, és ha a vetők- és a repedéshálózat mérete a szeizmikus felbontóképesség alatti.

A rezervoár feldaraboltsága, amely a repedezettséggel is közvetlen kapcsolatban áll, egyszerre előnyös és hátrányos is a szénhidrogén-bányászat szempontjából. Előnyös lehet a termelésnél, mert az összekapcsolódó repedések által megnő a permeabilitás, és könnyebbé válik a termelő kutakba az olajbeáramlás, ugyanakkor veszélyt is jelenthet a mező természetes lecsapolódása miatt.

Ha a vetőket itt is a gyakoriság szerint feltüntetjük (2000m, 1000m és 500m felbontásokban), akkor a korábbi esethez hasonló ábrákat kapunk (44., 45., 46. ábra)

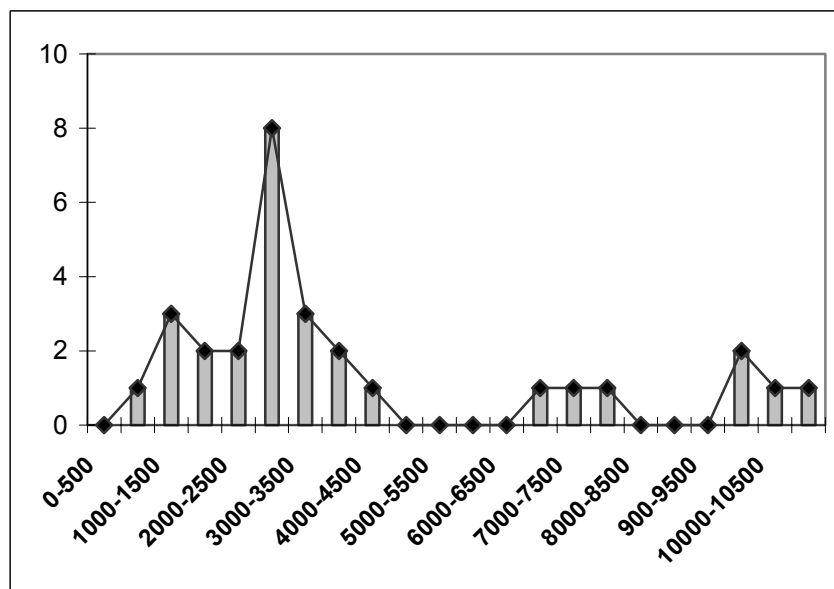


44. ábra. Egy szénhidrogén-rezervoár vetőinek hosszúság szerinti eloszlása a közelítő függvénnel (2000 m-es felbontás)



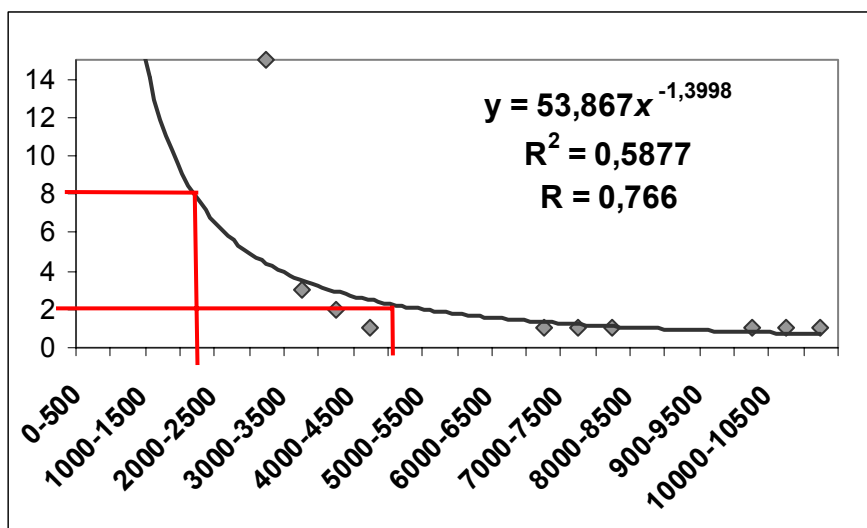
45. ábra. Egy szénhidrogén-rezervoár vetőinek hosszúság szerinti eloszlása a közelítő függvénnyel (1000 m-es felbontás)

Mindkét esetben a hisztogram oszlopainak leszálló ágára illesztettem a közelítő függvényt, és századnyi pontossággal azonos $-1,4$ -es hatványkitevőjű közelítést kaptam (UNGER 2004a). A regressziós együttható növelése érdekében csökkentettem a felbontást tovább, bízva a kiegyenlítő függvénnyel való szorosabb közelítésben.



46. ábra. Egy szénhidrogén-rezervoár vetőinek hosszúság szerinti eloszlása (500 m-es felbontás)

Ennél a felbontásnál már egyre több olyan intervallum is megjelenik, ahol adathiánnyal kell számolnunk. A meglevő adatokra és szintén a leszálló ágra illesztett közelítő függvény a vetők hosszúságával már $R > 0,8$ -as korrelációs együtthatóval jellemezhető szorosságú kapcsolatot mutatott ki (47. ábra)



47. ábra. Egy szénhidrogén-rezervoár vetőinek hosszúság szerinti eloszlása a közelítő függvénnyel (500 m-es felbontás)

Ez a szoros közelítést mutató kiegyenlítő függvény, melynek a hatványkitevője szintén századnyi pontossággal megegyezik a korábbi felbontások esetén illesztett függvény hatványkitevőjével, alkalmas arra, hogy behelyettesítéssel kiszámoljuk a hiányzó vetőhosszúság értékeket (lásd: a rajzot az ábrán). Azaz 8 db. 2000-2500 m hosszúságú vető azonosítása várható a további kutatás fázisok, illetve rezervoár modellezés során. Ugyanakkor 2 db 5km-nél nagyobb vetőre is számíthatunk. A repedések tartományában ennél sokkal nagyobb gyakoriság várható.

A módszer egyetlen hiányossága, hogy nem tudjuk pontosan meghatározni a becsült vetők helyét, ezzel szemben reális képet kapunk az adott kutatási terület rezervoárjának töredezettségének mértékéről.

3.3. A vetőstatistikai számítások függvényillesztései

A vetőstatistikai számítás lényege, amint azt a példák is szemléltetik, abban áll, hogy egy adott területen megállapított vetők hosszúságának eloszlása alapján megbecsüljük, előrejelezzük a kőzettestek töredezettségét. A kutatási módszerek felbontóképessége, illetve extrapolációs lehetőségei korlátozottak, továbbá az értelmezés is bizonyos mértékig szubjektív. Ezért adott lépték alatti, illetve feletti vetők/repedések nem láthatók, nem azonosíthatók. Kihasználva a vetők gyakoriságának tulajdonságát (FÜST, 1997), mely szerint reciprok-, illetve hatványfüggvényt követnek, ilyen közelítő függvényeket illesztettem az empirikus gyakoriságokra. Az elméleti függvénynek a segítségével kiszámítható a hiányzó vetők száma.

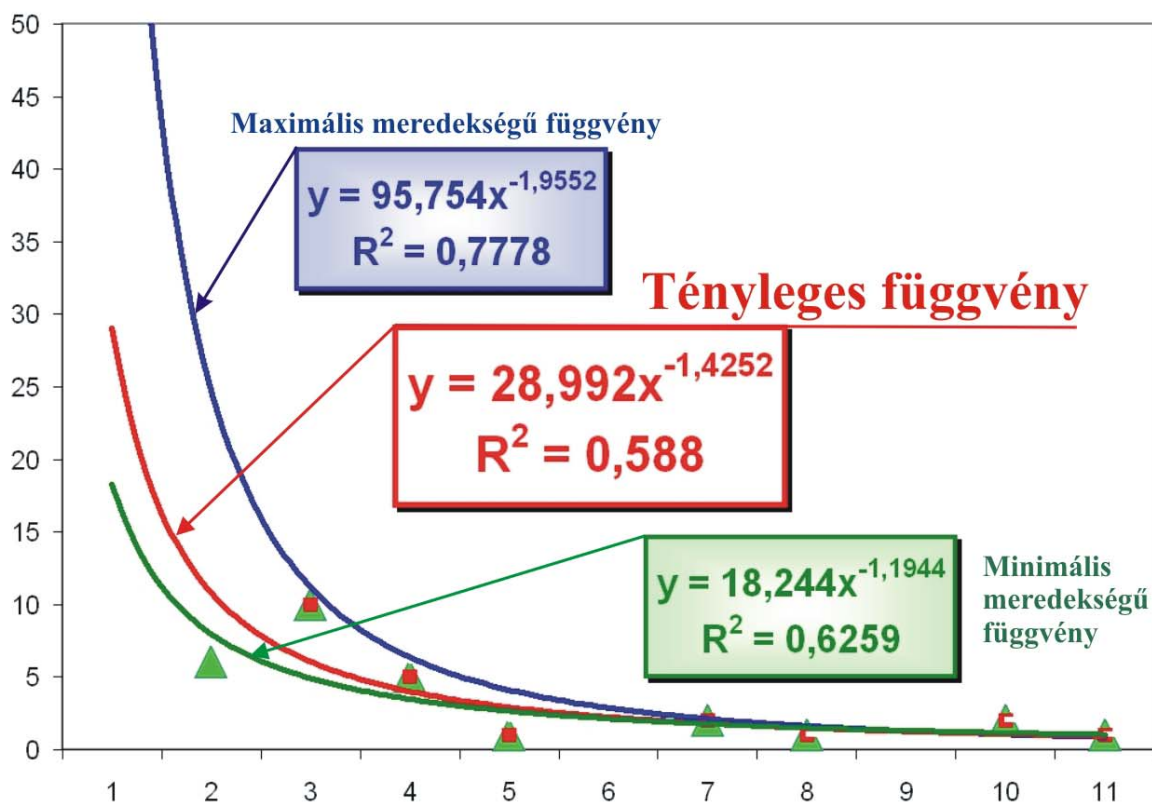
A 45. és 46. ábrán, amikor a vetők 1000m és 500m-es felbontású gyakorisági hisztogramját ábrázoltam, feltűnt, hogy nemcsak a rövid tartományban van kevesebb számú vető, hanem a hosszabb vetők esetén is egy-két intervallum üres. Ezt adathiánynak tekintem, és nem 0 értékű gyakoriságnak. Ezt nemcsak a hatványfüggvény illesztése teszi szükségessé, hanem földtani megfontolások is, ezen intervallum vetőit még nem tárták fel, azaz még nem azonosított vetőknek tekinthetők, akárcsak a kisebb értékű tartományban. Példaként mutatja a 47. ábra a (8. példa) hiányzó vetők kiszámítási módját (piros vonal).

Ugyanakkor felmerül a kérdés, mennyire stabil ez az elméleti függvény?

A felsorolt példák között említettem, hogy a függvényt a vetőhosszúságok csökkenő szakaszára illesztettem, azaz e művelethez a maximum értéktől vettem figyelembe az adatokat. Ekkor a figyelembe vett pontokra a legmeredekebb függvény illeszkedik. Ha minden pontra elvégzem az illesztést, akkor a leglaposabb függvényt kapjuk (48. ábra). Meggyőződésem, hogy az illusztráción látható burkoló görbék között várható a tényleges hatványfüggvény.

További kérdés, hogyan találjuk meg azt a függvényt?

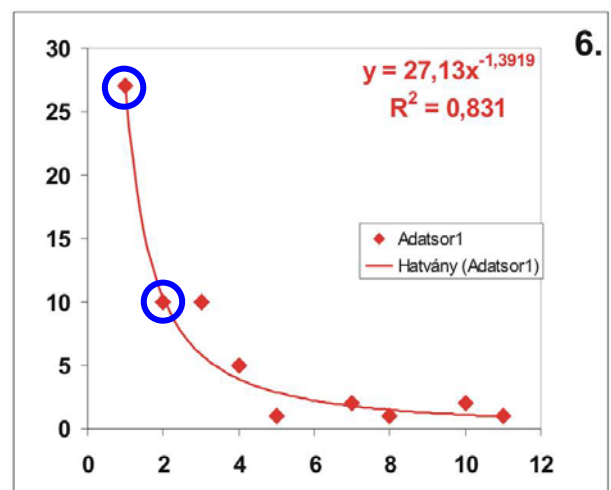
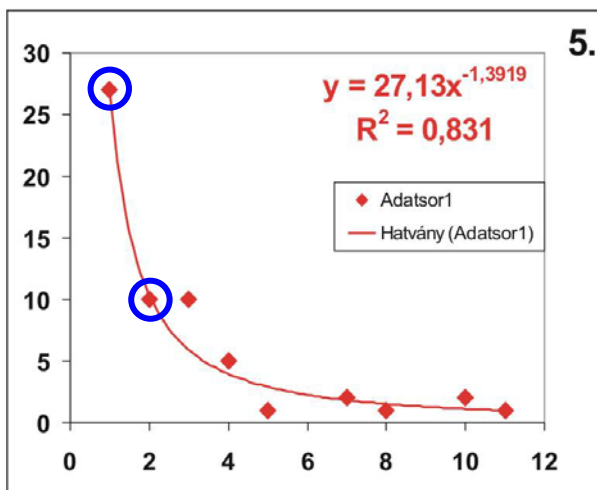
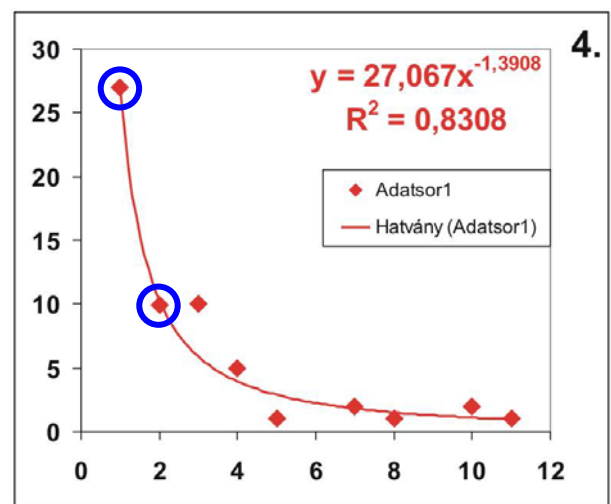
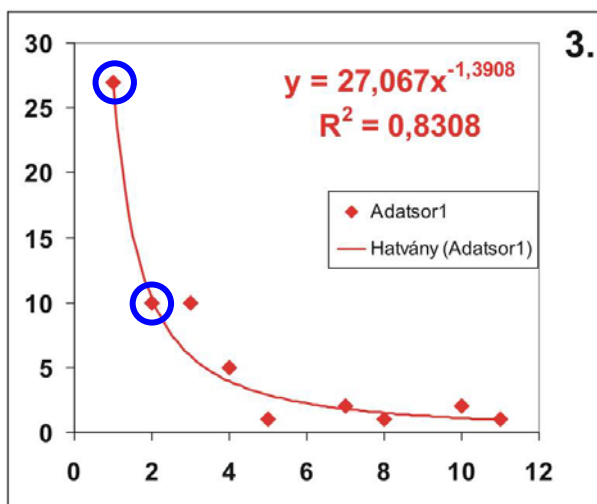
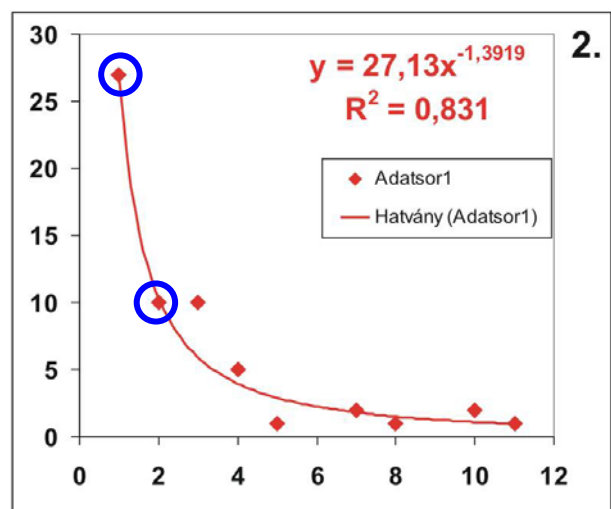
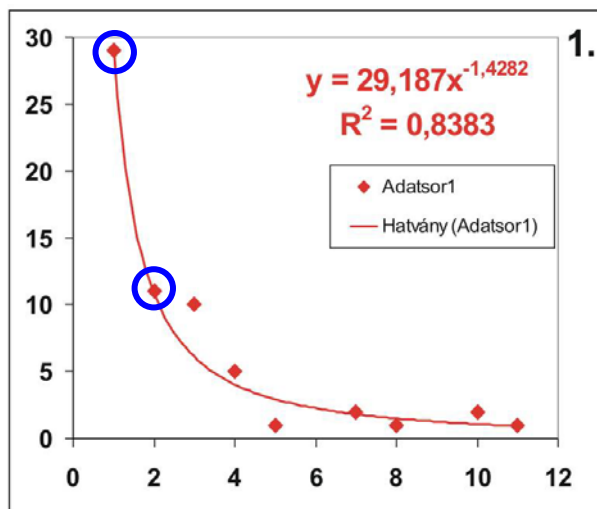
Az egyik, alább is szemléltetett megoldást az iteráció jelenti, amely véleményem szerint nem kizárólagos és egyetlen, de a földtani, egyszeri, meg nem ismételtető adathalmazok esetén kézenfekvő közelítést jelent. Tehát a gyakoriság emelkedő, majd csökkenő tendenciát mutat és létezik egy maximum, jelen intervallum-felosztás melletti ténylegesen mért érték. Ettől a maximum helytől jobbra veszem figyelembe a mért adatokat, és erre illeszttem a maximális meredekségű függvényt mint felső burkoló görbét (48. ábra).



48. ábra. Az iterációval előállított görbe és a határoló hatványfüggvények elhelyezkedése

Belátható, hogy ez alatt a görbe alatt, azaz a mért maximum érték alatt fog elhelyezkedni a tényleges függvény, amelynek lefutása a kis értékek, azaz a rövid vetők számától függ. Ez az a tartomány, amely a mérések során a kutatási módszer felbontása előtt rejtve marad, és épp erre kíváncsi a geológus, a rezervoármérnök, ugyanis itt egyre több rövid hosszúságú vető és repedés található.

Ha úgy tekintek az empirikus gyakoriság növekvő ágára, mint alulbecsült vetőgyakoriságra, akkor kézenfekvő a minimális meredekségű függvény alapján leolvasni a függvény szerinti vetőgyakoriságot. Ha ezeket mért adatoknak tekintem, azaz ezekkel helyettesítem az eredetileg megfigyelt értékeket, és újra függvényt illesztetek a pontokra, újabb elméleti gyakorisági függvényt kapok, amelynek már nagyobb a meredeksége. A kis vetőszakaszoknak megfelelő korábbi gyakorisági értékeket újra a modell alapján számítottakkal helyettesítve, újabb adatrendszer jön létre, és a következő iterációs lépésben vesznek részt. Így addig végezhető az iteráció, amíg egyre stabilabbá válik az illesztett függvény, és ezt fogom tekinteni a gyakoriság elméleti közelítésének.



49. ábra. Az egymást követő iterációs lépések eredménye (6 iterációs lépés)

A 8. példa adatain, a 49-edik ábrán szemléltetem a leírt iterációt, a két első intervallum gyakorisági értékeit (kék körrel jelölve) a laposabb gyakorisági függvényből nyertem és lépésenként behelyettesítettem a közelítő függvényekbe. Az iteráció előrehaladtával az 5. lépés után gyakorlatilag állandósult a közelítő függvény.

A kiindulást a 45. ábra jelenti, ahol az első intervallumban (1 km alatti vetők) nem került egyetlen minta sem. Ezt jelentheti azt is, hogy a szeizmikus értelmező nem térképezett ilyen méretű vetőt, ugyanis ez már a szeizmikus mérések felbontóképességének határán és ez alatt mozog, főleg, ha figyelembe vesszük, hogy a térképezett felület 3000 m-nél nagyobb mélységben található. Az 1-2 km hosszú vetőkből már 6 db-ot sikerült azonosítani. Tehát a leglaposabb függvény segítségével leolvasható, hogy 0 és 6 helyett 29 illetve 12 vető várható. Ezeket az értékeket hozzáadva az eredeti adathalmazhoz újabb függvényillesztést végzek. Ez alapján újabb leolvasás/behelyettesítés következik és az újabb értékpár 27 és 10. Az ötödik lépés után gyakorlatilag stabilizálódott a függvény, a 6. iterációs lépésben ugyanazokat az értékpárokat és függvényeket kapjuk vissza, mint az 5-ös lépésben.

A fejezet összefoglalásaként megállapítható, hogy a módszer különböző kőzettípusokra alkalmazható. Ezt számos példával szemléltettem. Egyértelműen látható az is, hogy a vetőstatisztikai számítások eredményei tértől és földtani kortól függetlenek. A módszernek, tehát nem csak szilárdásvány-bányászati létjogosultsága van, hanem a völgyhálózatfejlődéstől a mélyen elhelyezkedő szénhidrogén-rezervoárok elemzéséig alkalmazható. Megismerve a közelítő függvényeket, kiszámítható az adott kutatási módszer előtt rejtve maradó vetők száma és valószínű mérettartománya, továbbá a gyakoriságot leíró elméleti hatványfüggvény egyenlete. A közelítő görbe egyenletének a kitevője, b hordozza a tektonizáltságra vonatkozó jellemzőket (együtt stabilizálódik a függvénnyel), az a együttható pedig az intervallum-felbontás függvénye.

A módszer egyetlen hiányossága, hogy nem tudjuk pontosan meghatározni a becsült vetők helyét, ezzel szemben viszont reális képet kapunk az adott kutatási terület töredezettségi mértékéről, ami viszont a szénhidrogén bányászatban is alapvető fontosságú.

4. Töredezett közettömbök nyomozása fraktálgeometriai elemekkel

4.1. Töredezett közettömbök nyomozásának hiányosságai:

Az eredményes földtani kutatás (bánya-, környezet-, műszaki földtani) és a későbbi gazdaságos tevékenység (művelés, kártalanítás, monitoring, méretezés stb.) kulcsa. A szerkezeti mozgások eredményeként kialakult tektonikai kép jellegének megismerése.

A térben és időben többször változó igénybevétel eredményeként jön létre a kőzet repedezettsége. Ebből fakad a vizsgálat tárgyát képező kőzetek számos tulajdonsága (pl.: áteresztőképességének).

Számos repedezettség-nyomozási eljárást próbáltak kidolgozni, több-kevesebb sikerrel. Egyes elméletek a makro léptékből (terepi felvételek és fúrómagok) indulnak ki, míg mások a giga léptékre koncentrálnak (pl. szeizmikus mérések értelmezése) és e megfontolások alapján valószínűsítik a töredezett, repedezett szakaszokat. Az ilyen becsléseknek két nagy hiányosságuk van:

- a makro léptékű, felszínre került **fúrómagokon** észlelt repedezettségi tulajdonságok nagyságrenddel elmaradnak a vizsgálni kívánt térrész repedezettségétől, ezért nem lehet kellő biztonsággal előre jelezni a töredezettség mértékét nagyobb kőzettestekre (pl. rezervoárok teljes kiterjedésére);
- a giga léptékű kutatási módszerek, pl. **szeizmikus mérések** alapján készült tektonikai térképek felbontóképessége messze a repedezettség léptéke fölött van; ezért az eltemetett és a vizsgálat tárgyát képező kőzettestek (pl. szénhidrogén tárolók) repedezettségének térbeli helyét hagyományos módszerekkel megjósolni nagyon kockázatos, mondhatni gyakorlatilag lehetetlen.

Ez a fejezet a fraktálgeometria elméletének földtani kutatásban történő felhasználására tesz kísérletet számos esettanulmányon keresztül. Ezek sorrendje itt megegyezik a vetőstatistikai fejezetben ismertettekkel.

4.2. Módszertan

A fraktáloknak a töredezettségre vonatkozó földtani alkalmazását ACUNA et.al. (1996) vetette fel. A szerzők egy repedezett termálvíztároló (Geysers- Kanada) modellezésével, illetve folyadékáramlásának modelljével foglalkoznak. Fraktálgeometriai elemek felhasználásával elméleti oldalról közelítették meg a hévíztároló potenciális töredezett tömbjeinek térbeli eloszlását. A módszer a geometriai idomok fraktállá történő alakításán alapul, különös tekintettel arra, hogy a fraktál jelentésében is hordozza a „törött, töredezett” jelleget, sőt, önhasonlóságában alkalmas arra, hogy az e léptékbeli transzformációt rekurzív módon definiálja (VICSEK 1992).

A fraktálgeometriai bevezetőben (1. fejezet) vázolt matematikai fraktálokat geometriai tulajdonságok alapján állítottuk elő. A fizikai tér felosztása nemcsak kimondottan mértani jegyek alapján történhet, hanem valamely tulajdonság mennyiségi és minőségi jellemzői alapján is (VICSEK 1992). Esetünkben a fraktállá alakítás kritériuma a kőzetek töredezettségének, repedezettsége és ennek ellentett párja, a repedezetlensége, illetve vetőmentesség.

A továbbiakban sorra veszem a már említett 8 példát, alkalmazom a fraktálok tulajdonságait, önhasonlóságot, rekurzivitást keresek, és fraktáldimenziót számolok. Ez utóbbi számítására a leggyakrabban használt dobozdimenzió (box-counting) módszerét alkalmaztam (BARTON 1992).

A „box-counting” módszer lényege, hogy a területet lefedem egy rácshálóval, mint azt a Monte-Vettore (30. ábra) esetén is látható (CELLO, 1997). A különböző léptékű felbontásoknál azt vizsgálom mennyi az a dobozszám, négyzet, amely lefedi a vetőket. Egyre kisebb felbontás felé haladva a csökkenő dobozméret mellett növekszik a dobozok száma. Ha a $\log(N)/\log(1/S)$ mértéke 1-nél nagyobb, akkor fraktálról beszélünk. Koordináta rendszerben ábrázolva a pontokat, és ezekre egyenest fektetünk, akkor az egyenes iránytangense adja meg a fraktáldimenziót. Ezenél az ábránál az x tengely a $\log(1/S)$ -et, az y tengely a $\log(N)$ -et jelenti.

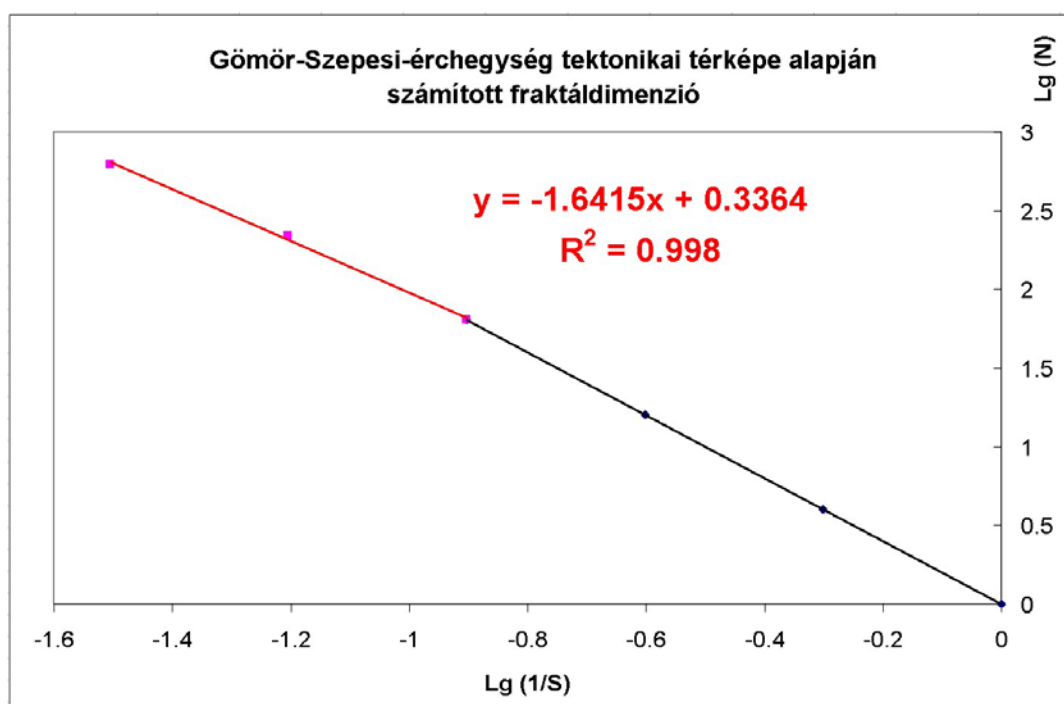
Elképzelhető, hogy a pontokra illesztett egyenes megtörik, azaz két, egymáshoz csatlakozó szakasszal kedvezőbb illesztést érünk el, ami azt jelenti, hogy kétfázisú a jelenség,

egyik a nagyobb, másik a kisebb tartományokat érinti. Tektonikát nyomozva ez azt jelenti, hogy a vizsgált töredezettség két erőter hatásának eredménye.

4.3. Példák a fraktál tulajdonságok nyomozására

1. példa:

Az ismertetett dobozdimenzió-számítást elvégeztem a 24. ábra, Gömör-Szepesi-Érchegység vetőire (GRECULA, 1985) és a 25. ábrán látható földtani szelvényre. A tektonikai térképre számított dimenzió ábrázolását a 50. ábrán szemléltetem. Látható, hogy két egyenessel sikerült közelíteni a pontokat.

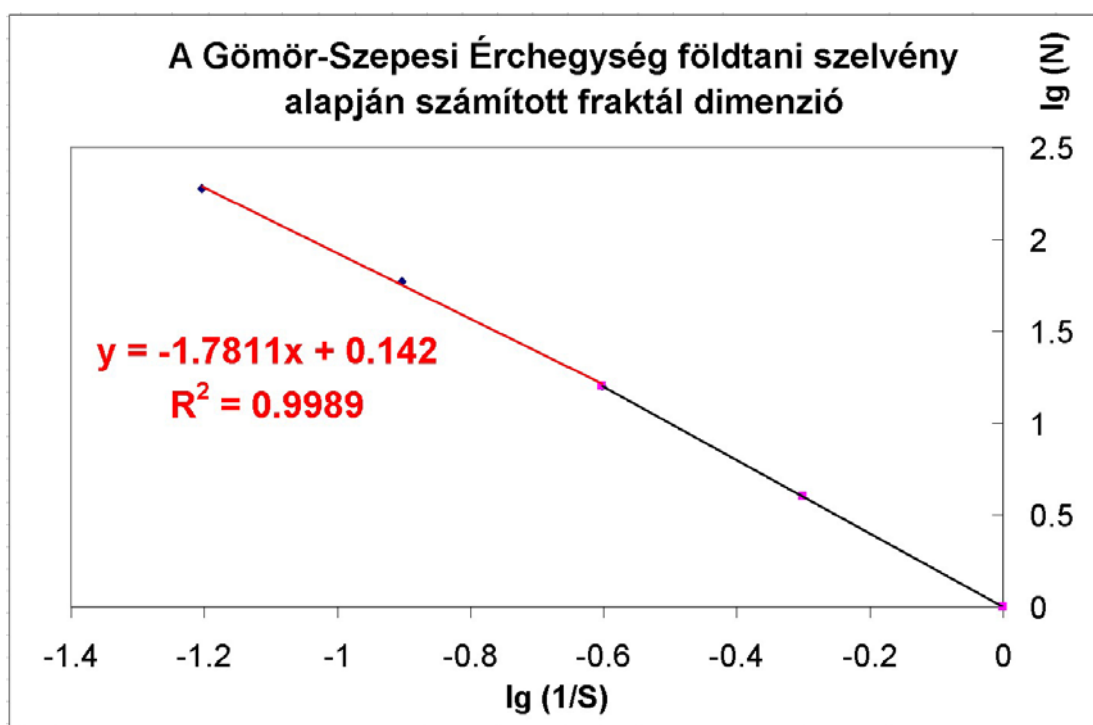


50.ábra. Gömör-Szepesi-Érchegység tektonikai térkép alapján számított fraktál dimenzió

Amint említettem, ez két tektonikai eseményre vezethető vissza. A felső szakaszra illesztett egyenes (piros) egyenlete az ábrán látható, és a meredekség abszolút értékben 1,64-es értéket adott. Definíció szerint ez a Gömör-Szepesi-Érchegységet ért tektonikai események hatására kialakult töredezett közettömbök fraktáldimenziója.

Mivel földtani szelvényt is közöl a szerző (GRECULA, 1985), ezért a kőzetek függőleges vetületére is sikerült fraktáldimenziót számolni. A földtanilag rendkívül érdekes terület részletesen feltárt, ezért a földtani szelvény is részletekben gazdag. Ezt tükrözi a

fraktáldimenzió is: meredekebb egyenest kaptunk, mint a 50. ábrán ($D = 1,78$). A közelítés ebben az esetben is két szakaszra bontható.



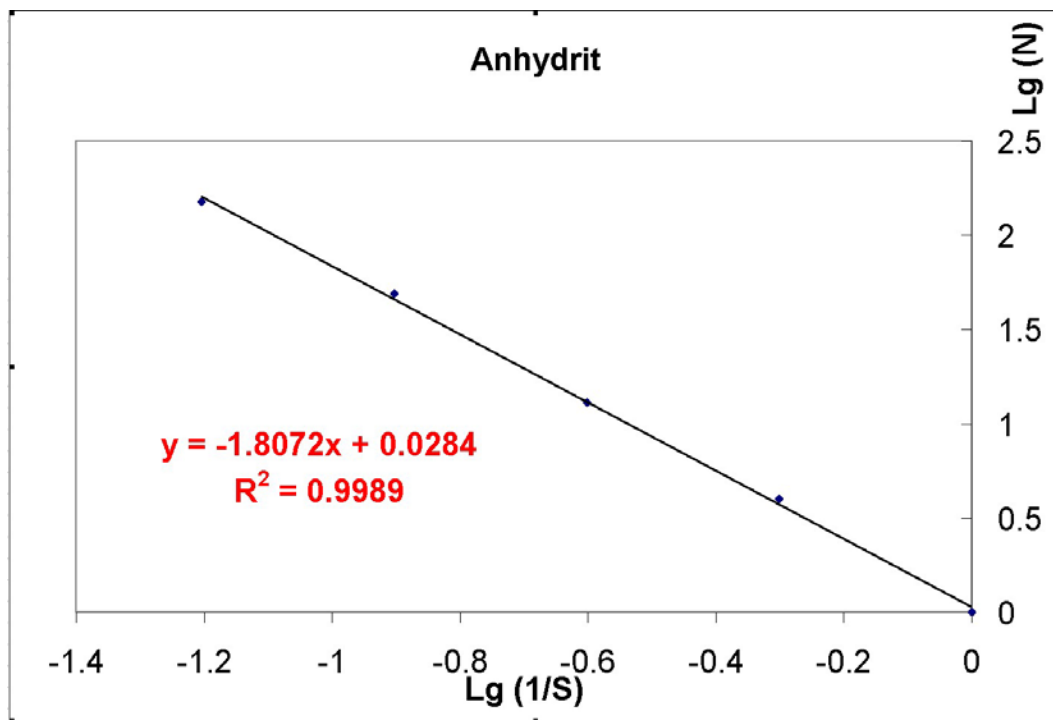
51. ábra. A Gömör-Szepesi-Érc Hegység földtani szelvény alapján számított fraktál dimenzió

2. példa:

Amint már említettem, CELLO (1997) a Monte Vettore (30. ábra) vetőre fraktáljellegét állapít meg. A leírt módon és szemléltetett rácsháló alapján a „box-counting” segítségével 1,3-as fraktáldimenziót számol. Ennek az értéknek a jelentőségére a következő fejezetben térek ki.

3. példa:

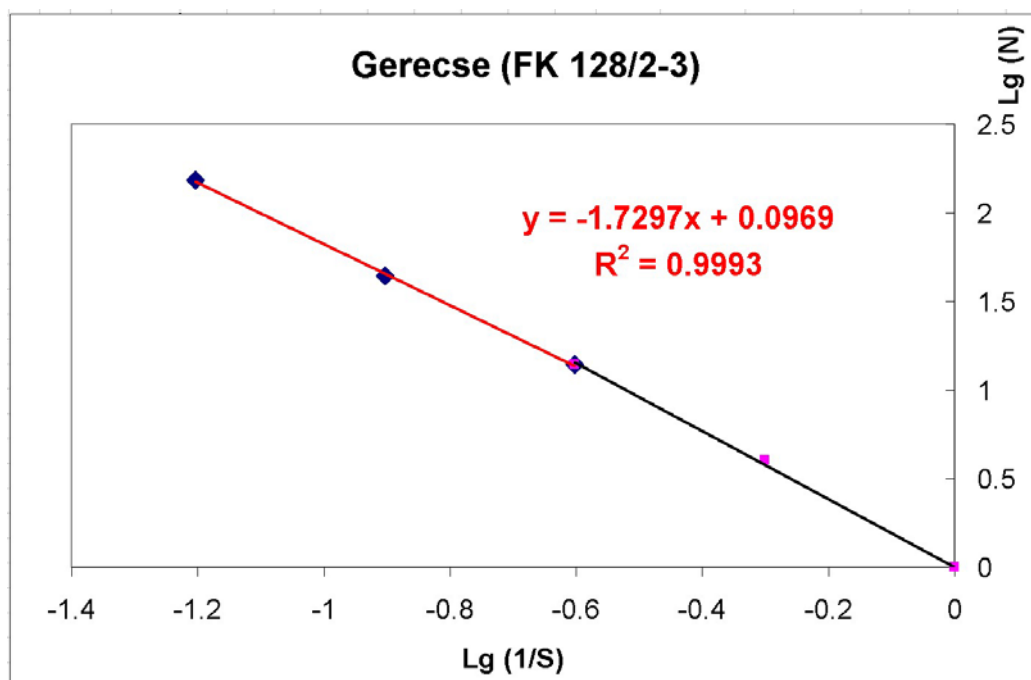
Egy hajdani MOL érdekeltségű területről származó adatok alapján (MOL, 1999), amely terület anhidrites összletére végeztem a vetőstatisztikai számításokat, dobozdimenzió segítségével megállapítottam a fraktáldimenziót. Az adott felbontásban előforduló dobozméret és ezek számának logaritmus értékpárjai abszolútértékben 1,8-as meredekségű egyenesre illeszkednek. (52. ábra). Az egyenes iránytangense adja a fraktáldimenziót.



52. ábra. Anhidrites öszlet töredezettségének fraktáldimenzió számítása

4. példa:

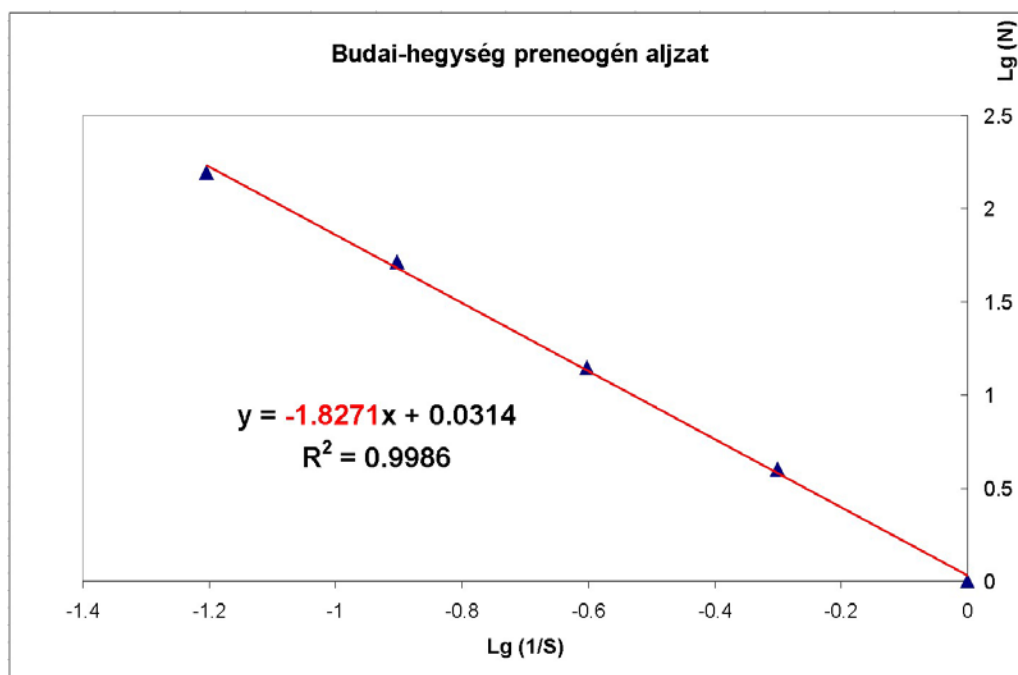
A Földtani Közlöny említett számában (FODOR, LANTOS, 1998) a Nyugat-Gerecse liász törésvonalairól megjelent térképe alapján (32. ábra) is számoltam dobozdimenziót. A piros szakasz iránytangense, azaz a fraktál dimenzió 1,73.



53. ábra. A Gerecse tektonikai térképe alapján számolt fraktáldimenzió

5. példa:

A Budai-hegység preneogén aljzattérképén (37.ábra) KÖRPÁS (1999) által publikált vetőkre a vetőstatistikai számítások után rácshálót illesztettem, és elvégeztem a dobozdimenzió-számítást (54. ábra).

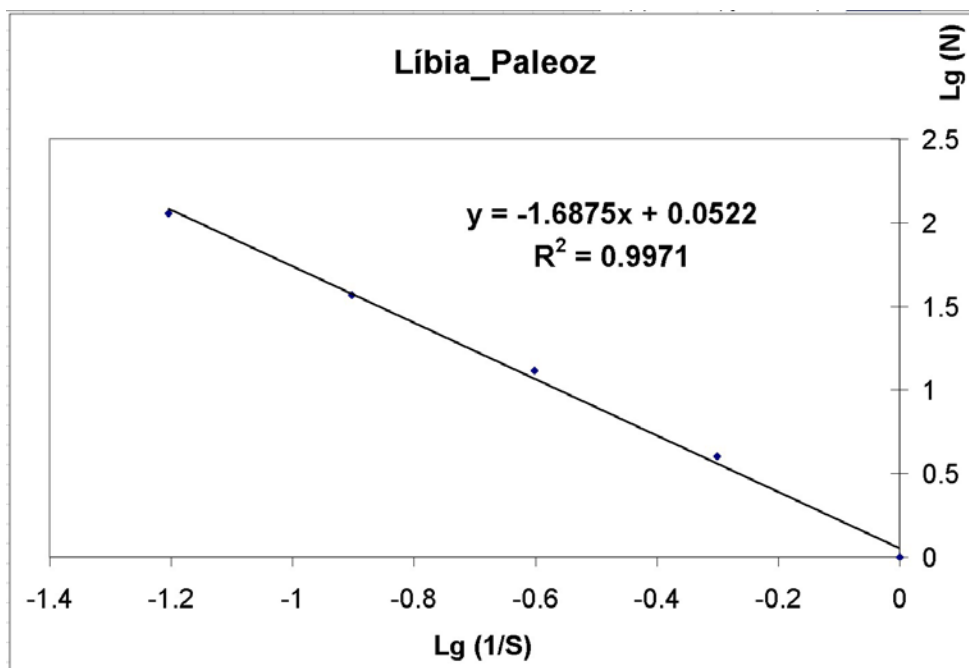


54. ábra. A Budai-hegység preneogén aljzat vetőinek fraktáldimenzió-számítása

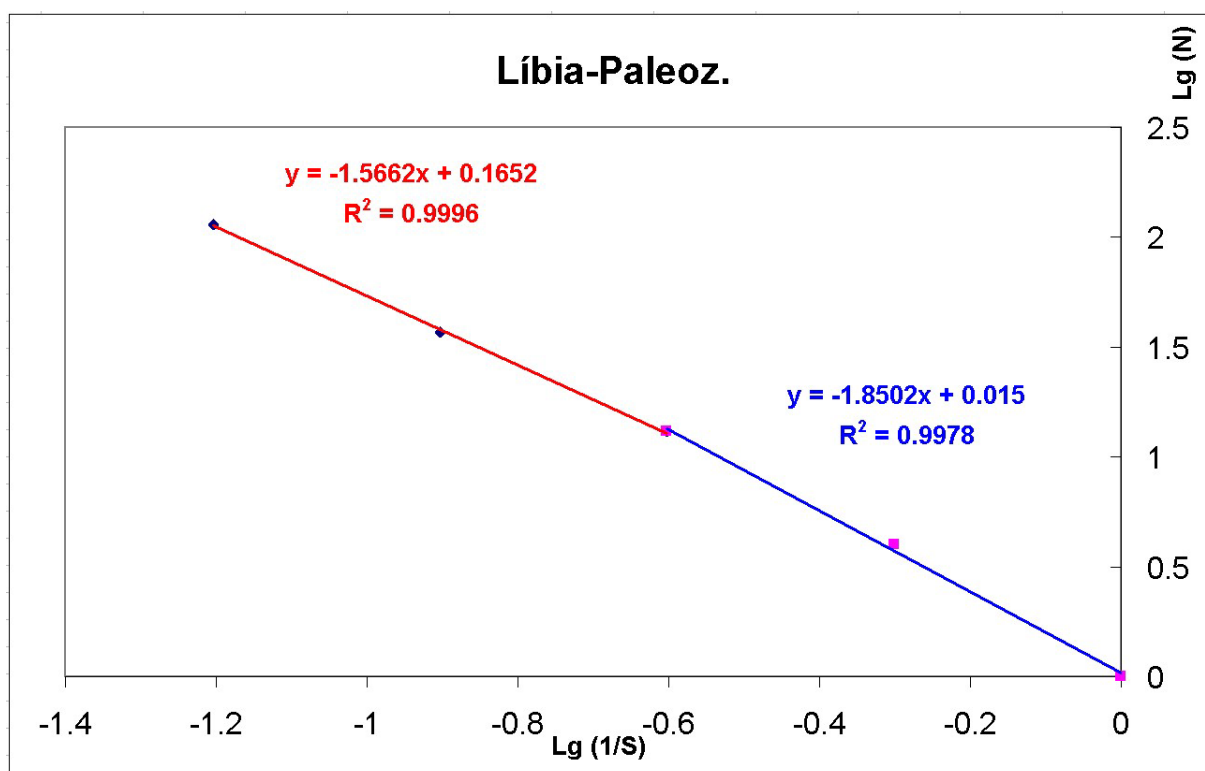
6. példa:

Az ACTA Geologica Hungarica geomatematikai külön számában (UNGER&SÍKHEGYI, 2004) a MÁFI⁷ líbiai térképezési programban alkalmazott távérzékelési eredményei alapján (39. ábra) vetőstatistikai számítást végeztem (40. ábra). Tovább lépve az ismert módszerrel, a fraktáldimenzió megállapításakor a dobozdimenzióra 1,68-as meredekségű közelítő függvényt kaptam (55. ábra). Annak ellenére, hogy az egyenessel való közelítéssel nagy a korrelációs együttható, mégis a harmadik pont „félreeső” helyzetű. Ezért a pontokra két eltérő dőlésszögű egyenest fektettem (56. ábra). A korrelációs együttható minimális javulása mellett azt a fontos következtetést lehet levonni, hogy két tektonikai fázis (feszültségtér) határozta meg a terület szerkezeti fejlődését: az egyik 1,85-ös, a másik 1,56-os fraktáldimenzióval jellemezhető.

⁷ Magyar Állami Földtani Intézet



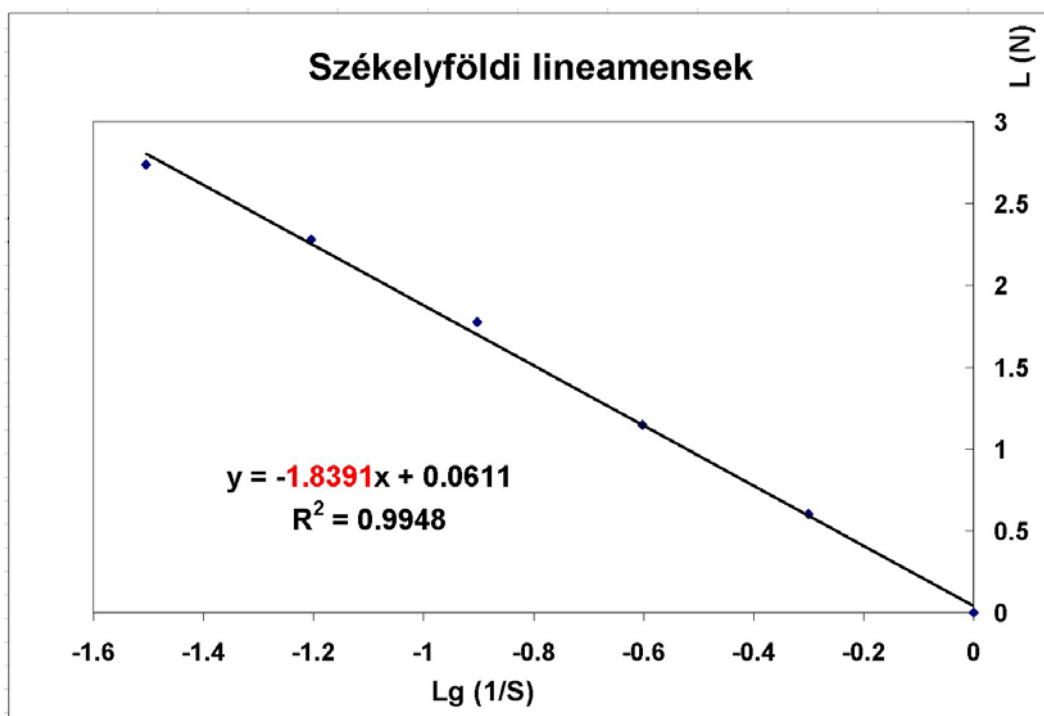
55. ábra: A líbiai vetők fraktál dimenzió számítása (I)



56. ábra: A líbiai vetők fraktáldimenzió-számítása (II)

7. példa:

A Székelyföldet ábrázoló Landsat TM űrfelvétel alapján, digitális szűrésekkel előállított lineamens térkép (41. ábra) potenciális vetőire (UNGER&TIMÁR, 2005) számítottam ki a fraktáldimenziót. Az első illesztésnél (57. ábra) –1,8-as meredekségű egyenest kaptunk.

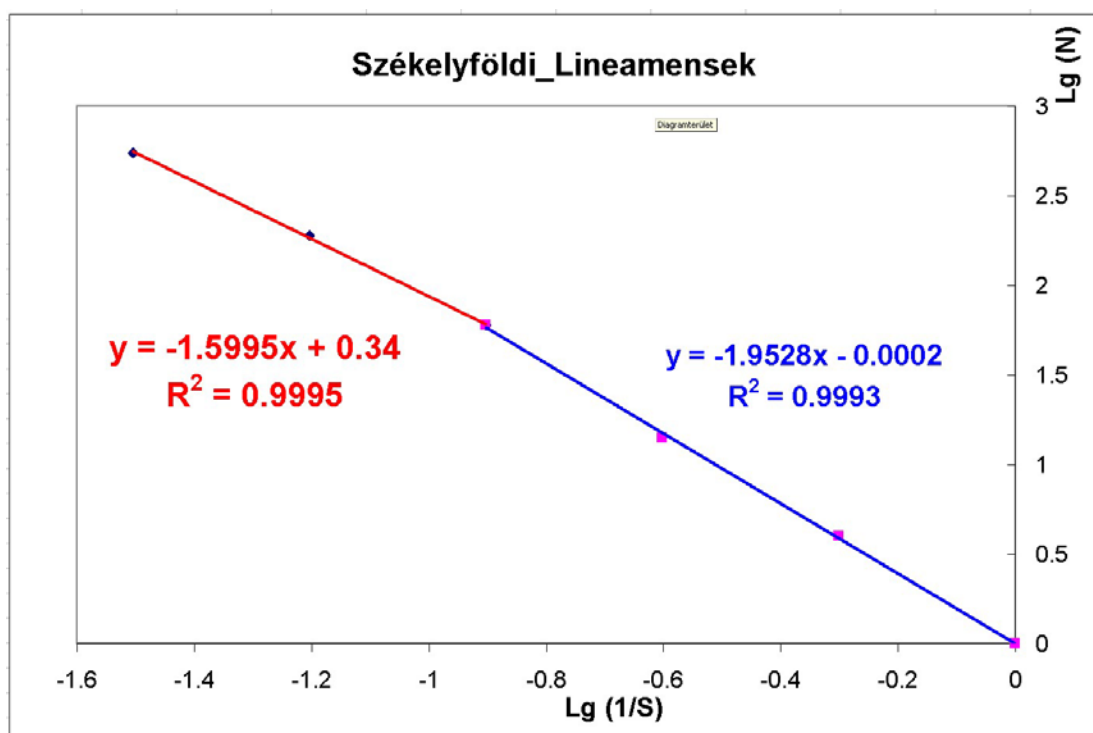


57. ábra. A székelyföldi lineamensek fraktáldimenzió-számítása

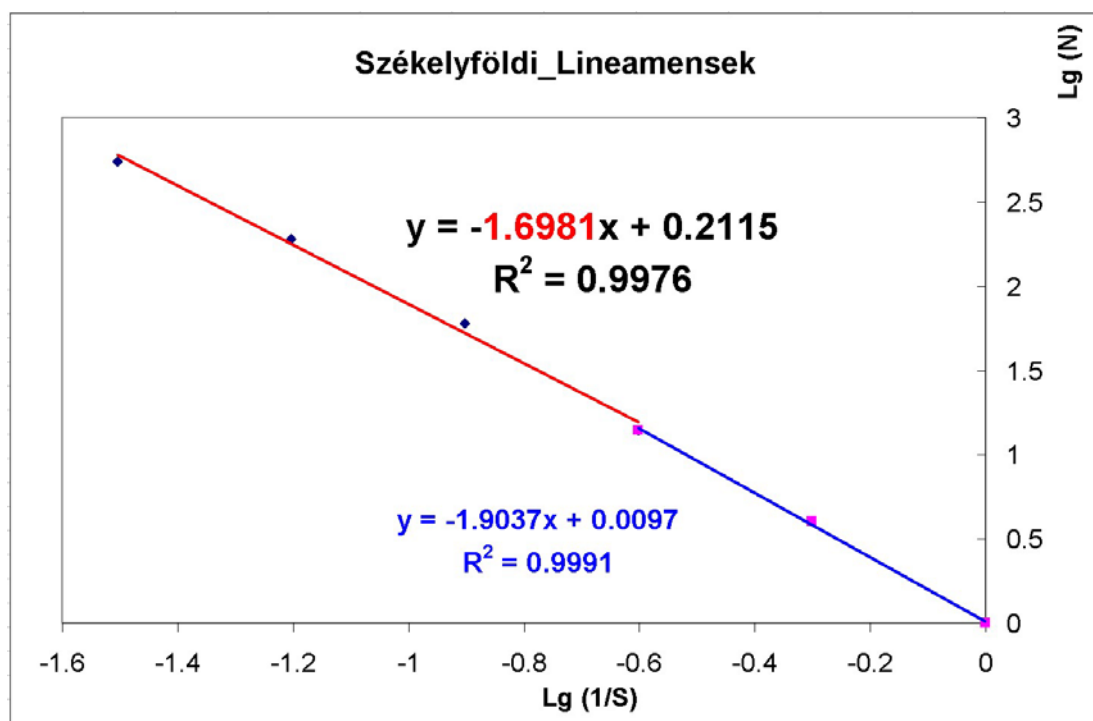
Ismerve a terület geodinamikai modelljét (BADA, 1999), amely két feszültségtér váltakozását mutatta ki, az egyenessel való közelítést két szakaszra bontottam. Ezúttal két esetet vizsgáltam:

1. ha a középső pontig illeszttem az első egyenest, majd a további háromra, akkor a két egyenes alapján kapott fraktál dimenzió 1,59 és 1,95 – az első közelíti meg legjobban a vetőstatisztikából kapott kitevőket (58.ábra);
2. ha a harmadik pontig illeszttem az első egyenest, majd a további négyre, akkor a két egyenes alapján kapott fraktáldimenzió 1,69 és 1,90 – és itt is az első közelíti legjobban a vetőstatisztikából kapott kitevőket (59.ábra).

Tehát ebben az esetben sikerült igazolni a két feszültségtér hatását. Ezek egyikének fraktál jellegét a vetőstatisztika is alátámasztotta. Erre később szintén visszatérek.



58.ábra. A székelyföldi lineamensek fraktál dimenzió-számítása (1.eset)

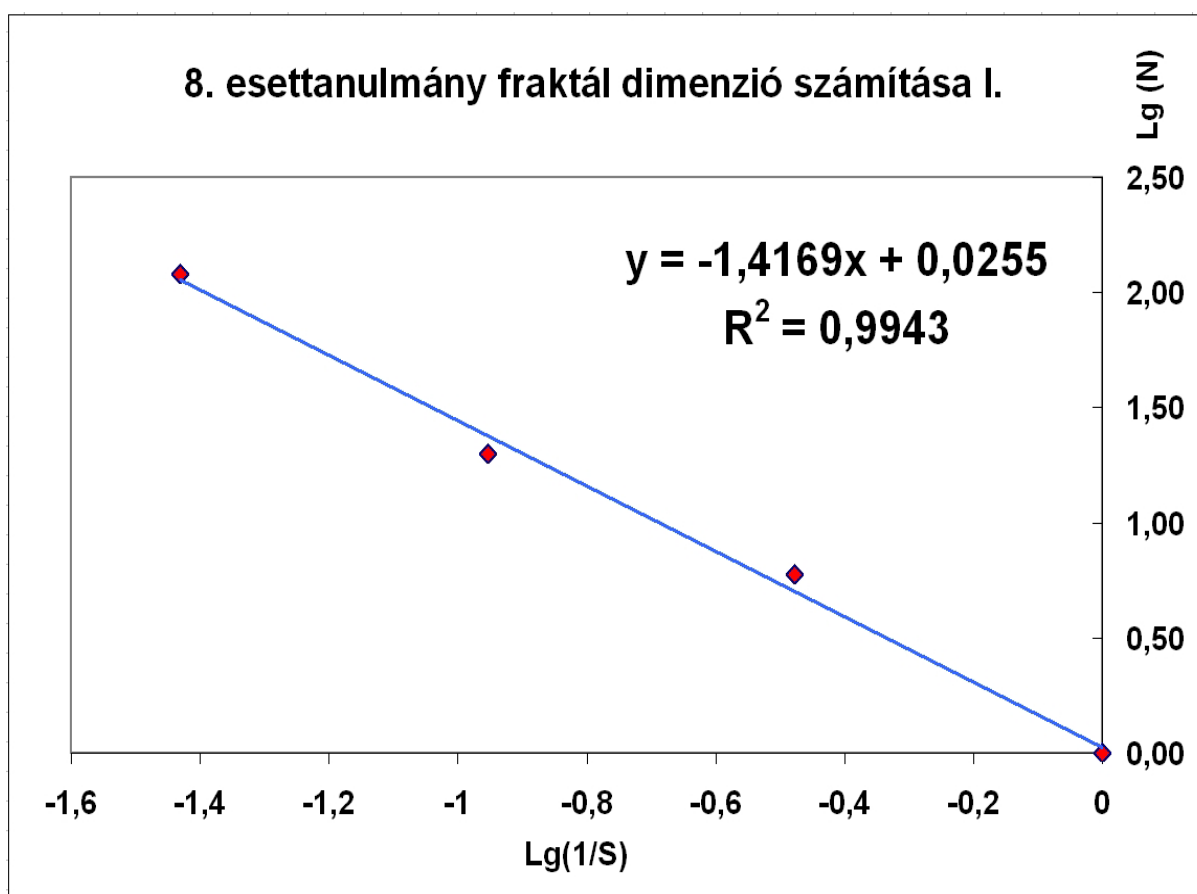


59.ábra. A székelyföldi lineamensek fraktáldimenzió-számítása (2.eset)

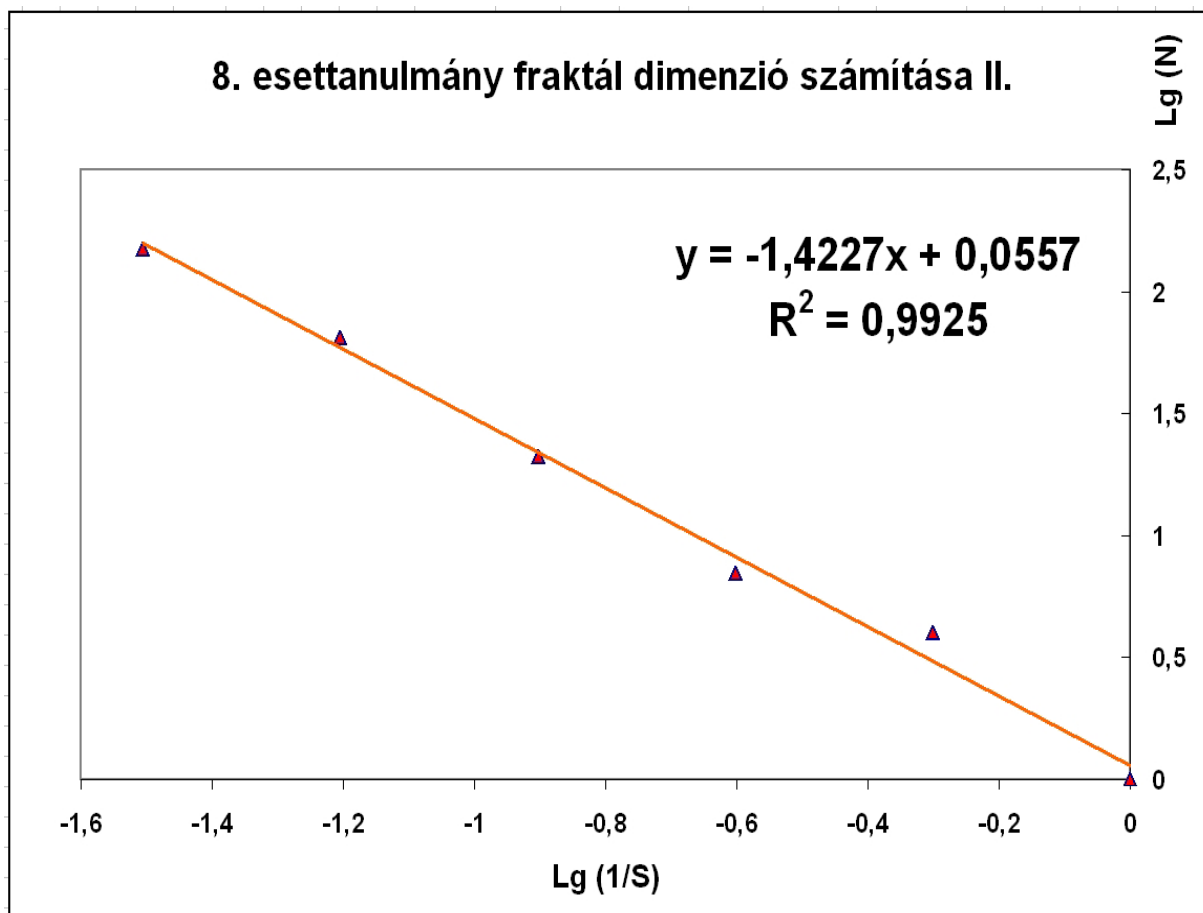
8. példa:

A szénhidrogéniparból származó második példa (MOL Rt. 1997) részletesebb kifejtése azért is indokolt, mert a vetőstatistikai számításokat 2D-s szeizmikus mérések értelmezése alapján végeztem, a rezervoár fraktál dimenzióját pedig a 3D-s szeizmikus mérések alapján számoltam. A két egymást követő kutatási fázisra nemcsak a hagyományos értelmezés, hanem a fraktál geometriai megközelítés is jelentős új eredménnyel szolgált. A cél mindegyik módszer esetében a repedezett térrészek meghatározása és lehatárolása volt, ugyanis ettől függ a permeabilitás értéke.

Tehát a box-dimenzió számításával a következő diagramot kaptam a triadikus és diadikus felbontások esetén: $D_1 = 1,42$ (60. ábra), $D_2 = 1,42$ (61. ábra).



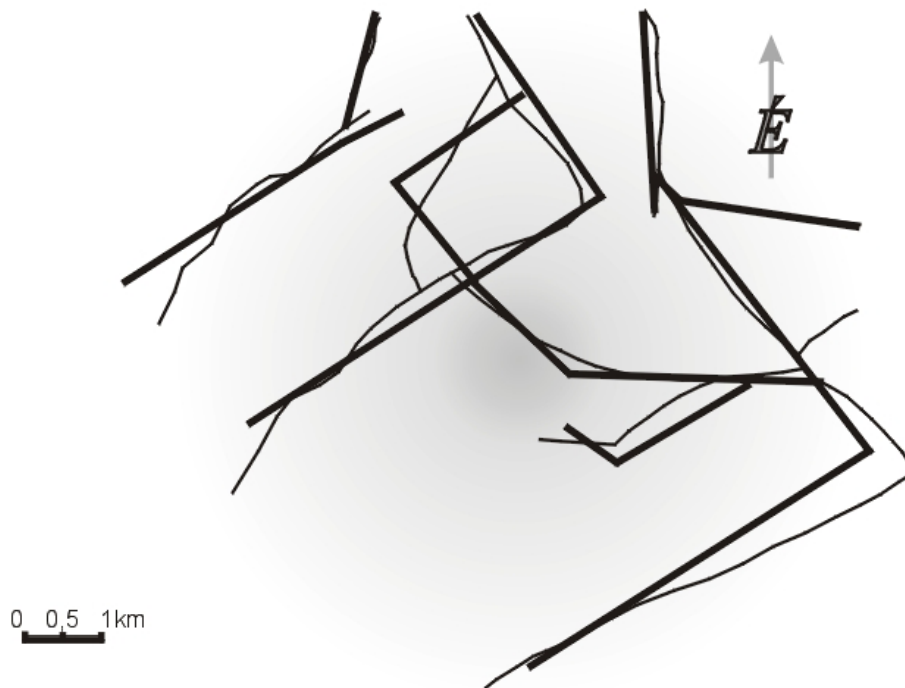
60. ábra. A 8. példa fraktáldimenzió-számítása a triadikus felosztás esetén



61. ábra. A 8. példa fraktáldimenzió-számítása a diadikus felosztás esetén

4.3.1. Egy szénhidrogén-kutatási terület tektonikai szerkezetének fraktálgeometriai elemzése Sierpinski-szűrővel

Ennek az esettanulmánynak a területén 3D szeizmikus mérést végeztek. Ennek egyik jelentős eredménye a részletes rezervoártető-térkép. A feltüntetett tektonikai elemeket (62. ábra) erről a térképről vettük le, ezek jelentik a módszer bemenő adatait. Erre a vetőhálóra illeszthettem a korábbi fejezetekben ismertetett Sierpinsky-szűrő egyik módosított változatát.



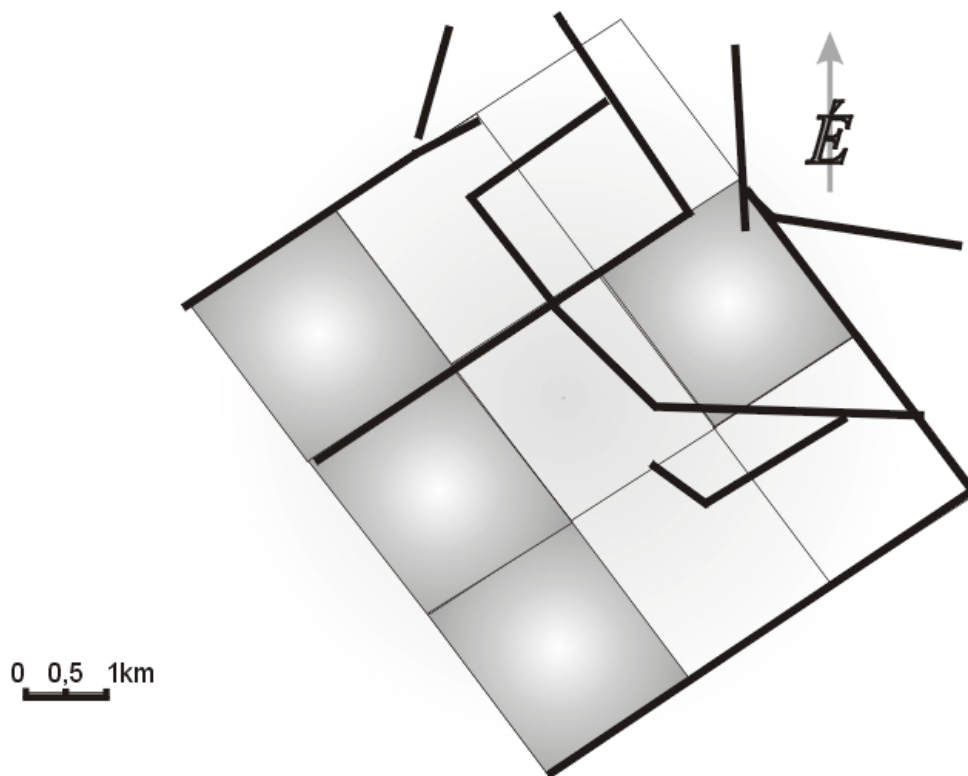
62. ábra. A tektonikai vetők közelítésének térképe mint a módszer bemenő adatai

Az illesztés megkönnyítésére és szemléletesebbé tételére az eredeti vetőhálót (vékony vonalak) helyettesítem egy közelítő, simított (vastag vonalak) vetőhálóval (62. ábra) úgy, hogy a tektonikai kép lényegesen ne változzon.

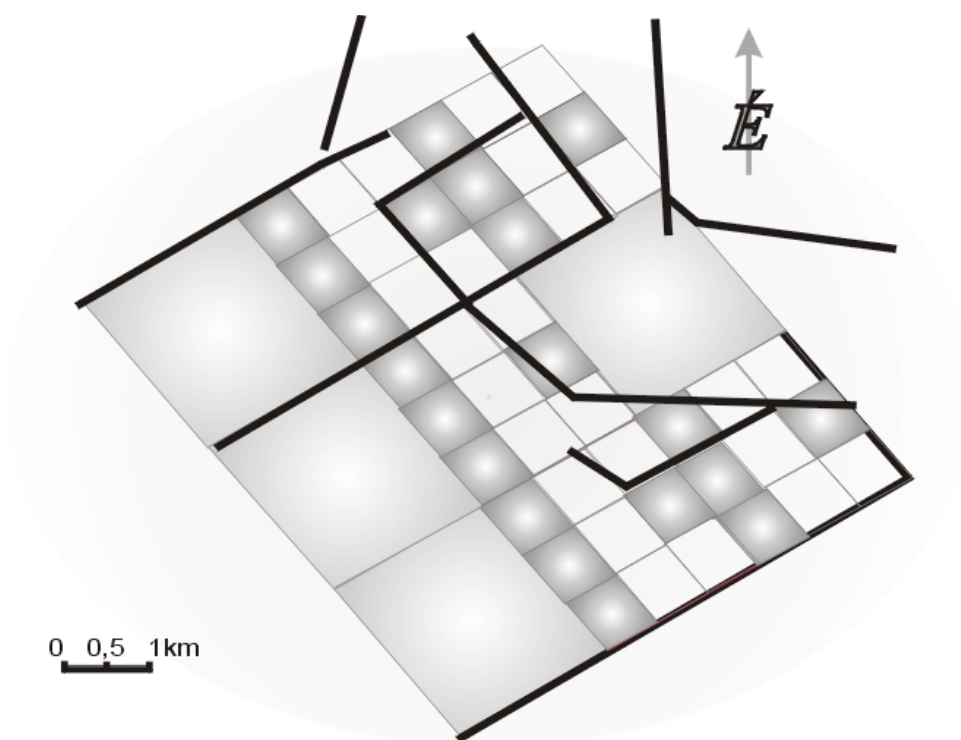
A simított vetőhálóra illeszthetővé vált a Sierpinsky-szűrő (63. ábra). Ezzel létrejött az első generációjú fraktál. A kiszínezett négyzetek a vetőmentes tömböket jelölik, vagyis azokat, amelyeket a vetők csak határolják, de nem keresztezik. Ezeknek felelnek meg a 4., 5., és 8. ábrán bemutatott, de itt már elhagyott négyzetek.

A második generáció (64. ábra) létrehozásakor a törésvonalak által harántolt négyzeteket rekurzívan külön-külön felosztjuk az első generáció konfigurációja szerint (63. ábra). A vetőmentes területeket ebben a léptékben is a kiszínezett négyzetek jelölik, amelyek az előbbi lépéshez hasonlóan, kiesnek a további műveletekből.

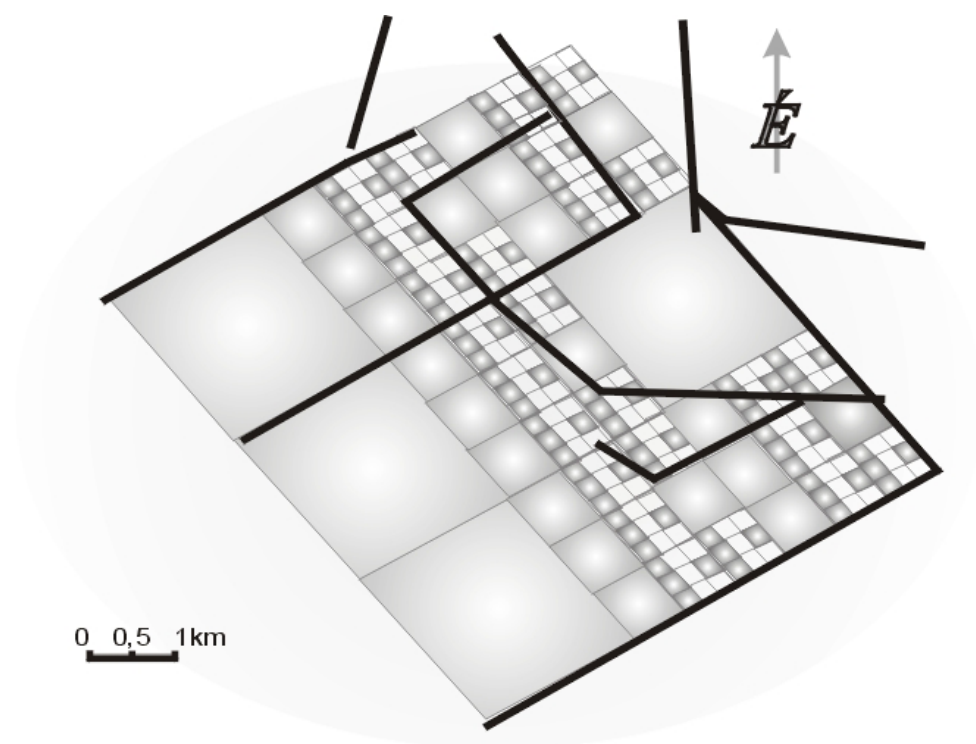
A harmadik generáció, amely már a $\sim 250 \text{ m} \times 250 \text{ m}$ -es négyzetek léptékére zsugorítja a töredezettség-mentes területek méretét, a 65. ábrán látható. Ezt is hasonló, rekurzív felosztással képeztük, mint a korábbiakat. Ezzel a generációval a szeizmikus felbontás határa alá kerültünk, tehát a vetők léptékéről megközelítettük a fűrómagokon észlelt repedések léptékét.



63. ábra. Az első generációs módosított Sierpinsky-szűrő illesztése



64. ábra A második generációs módosított Sierpinsky-szűrő illesztése



65. ábra A harmadik generációs módosított Sierpinsky-szűrő illesztése

Tehát a módosított Sierpinsky-szűrő alkalmazásával lépésről lépésre sikerült valószínűsíteni a nagy illetve a kisebb méretű kompakt és töredezett tömbök térbeli eloszlását. A nagy, több kilométeres vetők térbeli jellegéből rekurzív módon eljutottunk a pár száz méteres léptékig, azaz a harmadik generációs szűrő cellái ~200-250 méter nagyságúak.

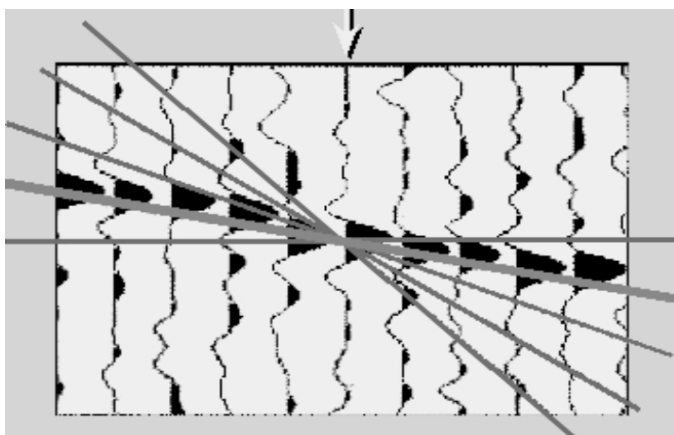
Mivel Sierpinsky-típusú négyzetről van szó, 5 négyzettel léptünk tovább a hagyományos hármas felosztásból, definíció szerint a fraktál dimenzió

$$D_M = \log 5 / \log 3 = 1,46 ,$$

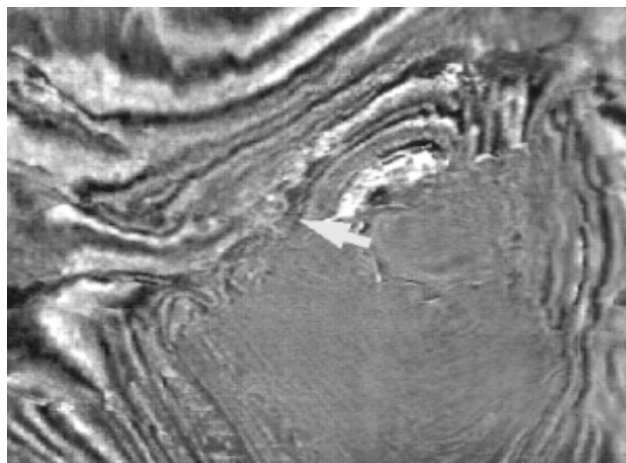
Az 5. fejezetben kimutatjuk, hogy miért ennyi ez az érték.

4.3.2. A módszer eredményének összehasonlítása az adott terület szeizmikuskoherencia-térképével

Az Egyesült Államokban (Coherence Cube Technology Incorporation) fejlesztettek ki egy módszert, amely a 3D-s szeizmikus mérésből közeg- inhomogenitásokat nyomoz (NISSEN, 2000). A módszer lényege, hogy a szeizmikus mérés szomszédos csatornák jeleinek hasonlóságát, ún. koherenciáját vizsgálja (66. ábra).



66. ábra. A szeizmikus koherencia-térkép készítésének elvi ábrája

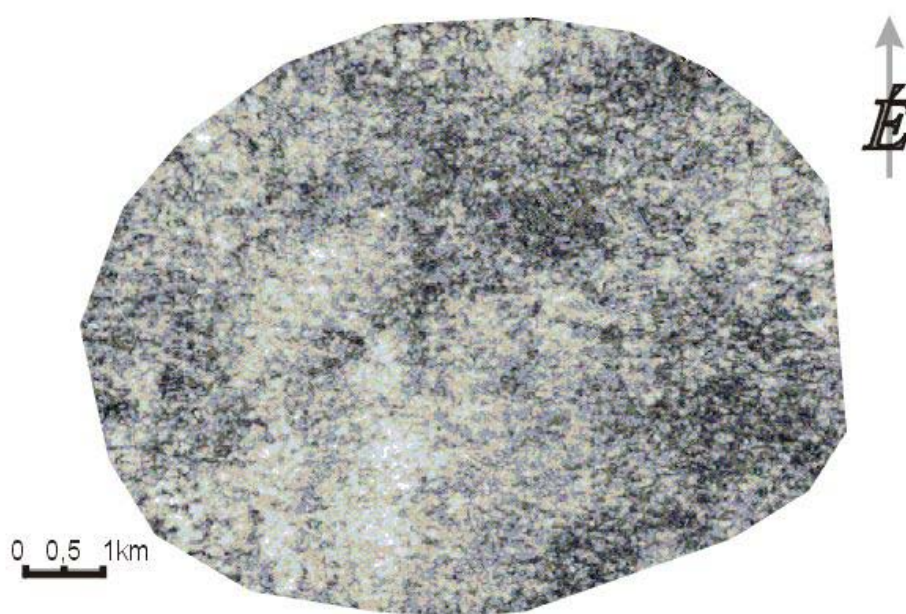


67. ábra Egy sódom körüli szeizmikus koherenciakép

Bonyolult képletek és algoritmusok alapján elektronikusan hasonlítják össze adott mélységintervallum koherencia értékeit, és az eredményt különböző (szürkeárnyaltos vagy hamisszínes) térképeken ábrázolják (67. ábra). Az inhomogenitások miatt a hullámterjedés sebessége irányonként változhat, a közettest nagy valószínűséggel anizotrop. Ezért ma már

irányfüggő koherencia-képeket is elő tudnak állítani. Azonos kőzettani felépítésű kőzettestek inhomogenitásáért többnyire a repedezettség felelős.

Amikor az esettanulmány területéről koherenciatérképet rendeltek, a kutatókat is a fenti elgondolás vezette. Véleményük szerint, ha mélyen is (~ 3500 m) található az említett rezervoár, a magok alapján feltételezett repedezett kvarc-homokkő inhomogenitásairól használható koherenciakép várható a 3D-s szeizmikus mérés hasznos területéről. A 100 ms (kb. 250 m) vastag kőzettömeg átlagos koherenciaértékeinek térbeli eloszlását a 68. ábra mutatja.

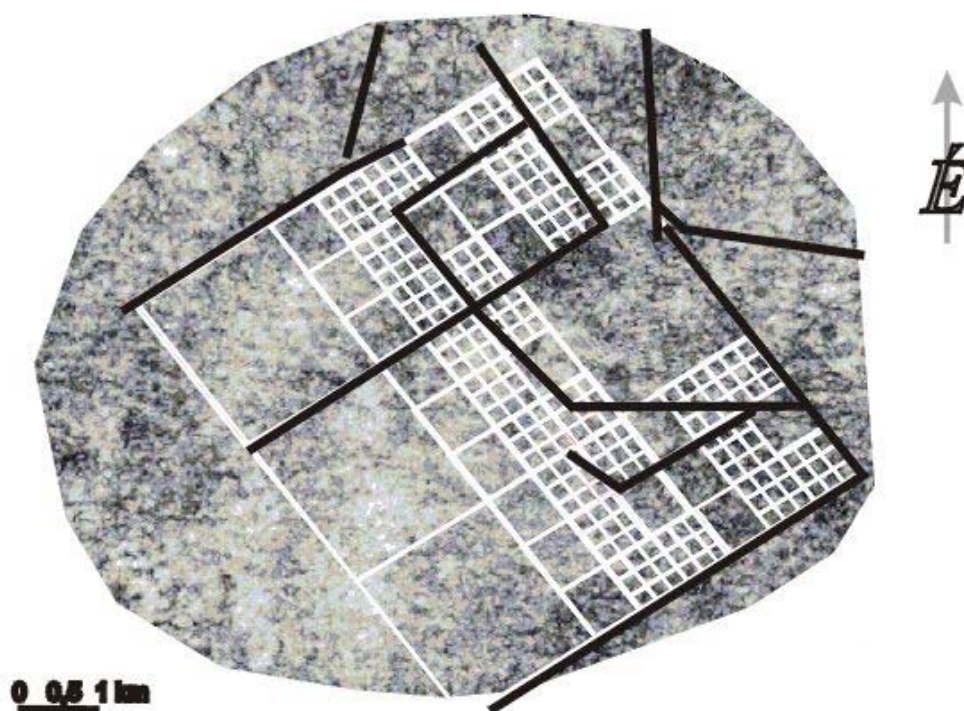


68. ábra. A vizsgált terület átlag-koherencia térképe 1900-2000 ms közötti kőzetre

Ebben az intervallumban kereshető az a néhány méter vastag rezervoár, amelyből a repedezett magok származtak. A szürkeárnyaltos képen a világos tónusú foltok a koherencia magas értékeit, a sötétek az alacsonyakat szemléltetik, vagyis a fehér térrészek inkább homogén, míg a sötét vagy feketébe hajlók inhomogén kőzettömegeket jelenthetnek. Az inhomogenitás oka a repedezettségben keresendő. A szürke tónusokat úgy kapták, hogy 9 szomszédos szeizmikus csatorna jeleit összehasonlították, és a középsőre (nyíllal megjelölve), az ötödikre vetítették (66. ábra). Továbbá egy csatornával megismételték az eljárást a

következő 9 csatornára is. Lefedve a területet, a különböző hasonlósági értékek alapján generálódott a szürke árnyalatban kijátszott térkép.

E koherenciatérkép fölé helyeztük a rezervoártető szeizmikus térképe alapján korábban készült háromgenerációs módosított Sierpinsky-szűrőt, és vizsgáltuk az egybeeséseket (69. ábra).



69. ábra. Az átlag-koherencia térkép fölé helyezett módosított Sierpinsky-szűrő

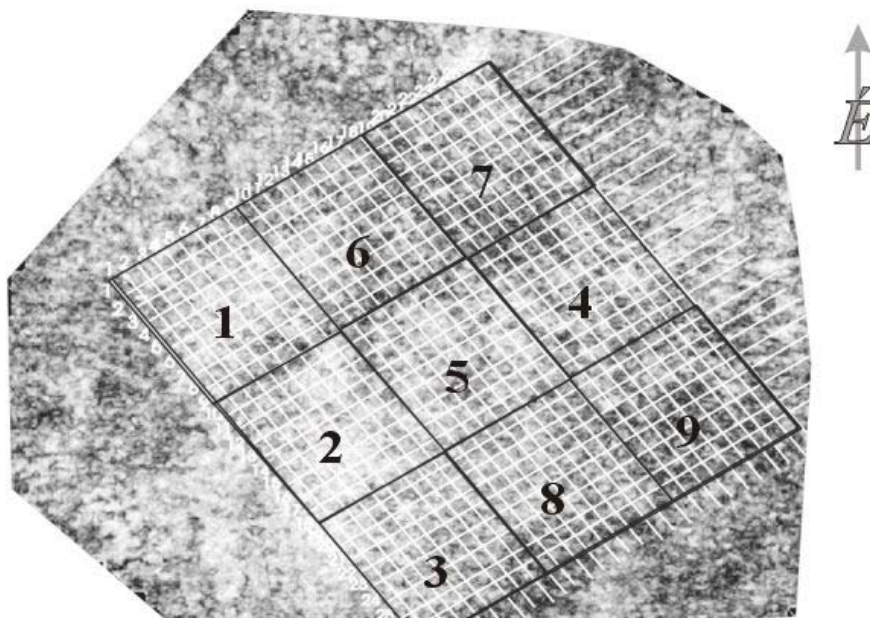
A nagyterjedésű fehér térrészek (vagyis az első generációs Sierpinsky-háló 4 db négyszöge), nagymértékben megegyeznek az alkalmazott szűrő elhagyott, vetőmentes négyzeteivel. Ennek ellenőrzésére a 4 db négyszöget felosztottam 8, 9, 10 illetve 20 egyforma négyzetre és megszámoltam a sötét/repedezett négyzetek számát, amelyet az alábbi táblázatban sűrítettem, feltüntetve a repedezettség százalékát (I. táblázat):

I. TÁBLÁZAT: Az első generációs négyzetek repedezettsége a koherenciakép alapján

Négyzet\Felosztás	8.o	9.o	10.o	20.o
1	5 %	6 %	8 %	4 %
2	2 %	1 %	5 %	3 %
3	8 %	5 %	11%	6 %
4	19 %	19 %	16 %	10 %
REPEDEZETTSÉG	8,5 %	7,75 %	10 %	5,75 %
Tömörség	91,5%	92,25%	90,12%	94,25%

Tehát e négyzetek (1,2,3 ill. 4) a nem töredezett tömbökkel egybeesnek, tömörségük 90% fölötti és a repedezettségre utaló, sötét foltok többnyire izoláltan fordulnak elő. A 9 négyzetből 8-ban megegyezik a két becslés, tehát a két módszer 88%-ban azonos eredményt adott.

Kiemelve a 9-es osztályozást (70. ábra), az általunk is használt Sierpinsky felosztás miatt, tovább vittük az egyezési elemzést a többi négyzetre (5, 6, 7, 8 és 9-es). Az 5-ös számmal jelölt négyzetre 17%-os töredezettség adódott. Tehát a koherenciakép alapján, ez is tömör tömbnek minősülhet, ellentétben a mi elképzelésünkkel.



70. ábra. A koherenciakép Sierpinsky-szűrő első generáció négyzetei szerinti, 9-es, azaz triadikus felosztása

A tovább osztandó 6, 7, 8 és 9-es négyzet esetén a sötét foltok aránya 20% fölötti, amely alapján szintén igazoltnak tekintjük a két repedezettség nyomozásának egybeesését.

A második generációs Sierpinsky-szűrő (~750 m-es) négyzeteinek egybeesését vizsgálva (70. ábra: 6, 7, 8 és 9 négyzet), az egyezések 63%-osak voltak (lásd II. táblázat).

II. TÁBLÁZAT: A második generációs négyzetek egyezése a koherenciaképpel

6			0,7
	E	N	N
	E	E	E
	E	E	N
63 %			
7			0,4
	N	N	N
	N	E	E
	N	E	E
8			0,7
	E	N	N
	E	E	E
	N	E	E
9			0,7
	E	N	E
	N	E	E
	N	E	E

N – nem egyezik

E – egyezik

A harmadik generációs Sierpinsky-szűrő (~ 250 m) négyzeteinek és a koherencia kép egybeesésének vizsgálata véleményünk szerint értelmetlen a szeizmikus hullámhossz nagysága miatt.

Összefoglalva, megállapítható, hogy a fraktálgeometriai megközelítés alkalmas a rezervoár töredezett tömbjeinek a nyomozására. Ezt hivatott igazolni a koherenciaképpel történő összehasonlítás. A nagy (2,25 km) kiterjedésű, első generációs Sierpinsky-szűrő 9 négyzetéből 8 egyértelműen egybeesik a koherencia-térképpel. Egy négyzet (az 5-ös) tömörnek bizonyult, ellentétben a fraktálgeometriai megközelítéssel. A második generációs háló 63% egybeesést mutat. A harmadik generációs Sierpinsky-szűrőt értelmetlen összehasonlítani a koherenciaképpel, mivel ez a mérettartomány a szeizmikus felbontóképesség alatt van.

A tapasztalt eltérések oka nagy valószínűséggel az összehasonlított minták térfogati különbsége. Ugyanis a koherencia egy intervallumon vett (100ms-os közettérfogat) átlag

tulajdonságait mutatja, és ezt vetettem össze egy felületről (rezervoártető vetőí) becsült, értelmezett tulajdonságaival. Megállapítható, hogy a fraktálszűrő segítségével előállított repedezettségi térkép jó egyezést mutat a koherencia-térképpel, és egyben igazolja a kőzettest repedezettségének nyomozására való alkalmasságát.

A módszer újdonsága abban rejlik, hogy kihasználva a fraktálok tulajdonságait, egy 3D-s szeizmikus vetőtérkép, mint bemenő adat alapján gyorsan és egyszerűen becsüli meg a töredezett/repedezett kőzettestek helyét, amelyek a szeizmikus felbontó képesség alatt rejtve maradtak.

5. A vetőstatisztika és a fraktálgeometria kapcsolata

Ebben a fejezetben bemutatom, hogyan lehet összekapcsolni a vetőstatisztikai számításokat a fraktálgeometria elemeivel. Ez megteremti a töredezett közettömbök nyomozásának mennyiségi és minőségi kritériumait. Először a két témakör elméleti kapcsolatát mutatom be, majd az eddig számított adatokra alkalmazom az eljárást a részletesen tárgyalt 8. példán keresztül.

5.1. Vetőstatisztikai és a fraktálgeometriai eredmények közös nevezője

5.1.1. Vetőstatisztikai és a fraktálgeometriai eredmények

Az alábbi táblázatban az értekezésben bemutatott esettanulmányokra vonatkozó vetőstatisztikai illetve fraktál geometriai számítások eredményeit foglalom össze. A 2. oszlop a különböző felbontásokhoz tartozó vetőgyakoriságokra illesztett hatványfüggvények kitevőit tartalmazza. A 3. oszlopban a box-counting számított fraktáldimenzió értékek szerepelnek, illetve az utolsó cella a 8. esettanulmány definíció szerinti dimenziót tartalmazza.

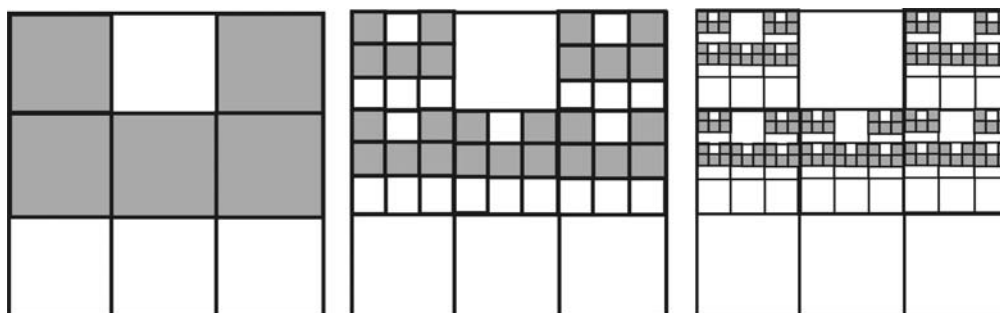
III. TÁBLÁZAT: A számított vetőstatisztika és a fraktál dimenzió összesítése

Példák	Hatványfüggvény-modell ax^{-b} paramétere			Fraktáldimenzió (D)	
1. példa <i>Gömör-Szepesi érchgys.</i>	-1,66	-1,69	<i>Horton</i>	1,64	
			1,6		
2. példa <i>Monte Vettore(Olaszo.)</i>	-1,408	-1,31		1,3	
3. példa <i>MOL-anhdirit'99</i>	-1,74	-1,73		1,8	
4. példa <i>Gerecse liász vetők</i>	-1,7			1,72	
5. példa <i>Budai-hgys aljz-tekt.</i>	-1,81			1,82	
6. példa <i>Líbiai paleoz.lineam.</i>	-1,64			1,68	
				1,56	1,85
7. példa <i>Székelyföldi lineamensek</i>	-1,67	-1,70		1,83	
				1,59	1,69
8. példa <i>MOL-kvarchomokkő '97</i>	<i>2000m</i>	<i>1000m</i>	<i>500m</i>	1,42	1,42
	-1,43	-1,41	-1,4	1,46	

Szembetűnő, hogy a vetőstatisztikai számításokat jellemző hatványfüggvény b kitevője abszolútértékben jó közelítéssel megegyezik a számított fraktáldimenzióval. A felvidéki példa esetében a völgyhálózatokra Horton együtthatót számítottam, amely szintén megegyezik a két jellemző paraméterünkkel.

5.1.2. Vetőstatisztikai és a fraktálgeometriai eredmények összekapcsolása

A következőkben összekapcsolom a 3-as és 4-es fejezeteket. A 8. példán bemutattam a fraktál dimenzió számítását az empirikus módszer segítségével (60. és 61. ábra, III. táblázat, utolsó cellái), most a fraktál definíció szerinti meghatározását ismertetem. Végül matematikailag bizonyítom, miért egyeznek meg a vetőstatisztikából származó paraméterek (b kitevő) a fraktál dimenzióval (D).



71. ábra Egy másik sajátos triadikus Sierpinsky-négyzet realizációja, amelynek fraktáldimenziója nem változott a Sierpinsky-hópehelyhez képest.

Ez az elrendezés már ugyanaz, mint a 4. fejezetben bemutatott bemenő adatokra, a 3D-s szeizmikus értelmezés alapján értelmezett vetőkre illesztett négyzetháló (63. 64. és 65. ábrák).

Tehát a rezervoártetőn azonosított vetőkre kifeszített négyzetháló rekurzív és önhasználó fraktál, amelynek dimenziója: **1,46**.

A vetők hosszúság szerinti eloszlásának diagramján (3. fejezet 44., 45., 46. ábra), amely szerint a szeizmikus felbontás alatti vetők méretére végeztem az előrejelzést (UNGER 2004b), szembetűnő a közelítő hatványfüggvények kitevői egyezésének szorossága: **-1,43** és **-1,4** közöttiek, századnyi pontossággal abszolútértékben éppen a fenti fraktál dimenzióval megegyezők (III. táblázat).

A következő pontban kiderül, hogy ez az egész nem véletlen, hanem matematikai törvényszerűség.

5.1.3. A hatványfüggvény és a fraktál dimenzió közötti összefüggés

Láttuk, hogy az adott x hosszúságú vetők gyakorisága elég pontosan leírható hatványfüggvénnyel:

$$f(x) = a x^{-b} \quad (\text{ahol } a > 0, b > 0)$$

Továbbá S -szer akkora méretű vetőkből N -szer annyi van ($0 < S < 1$ az önhasonlóság aránya, N a következő lépésben továbbvitt alakzatok száma).

Ezt az alábbi egyenlőség fejezi ki:

$$f(Sx) = N f(x) .$$

A feltételezett hatványfüggvény-modellbe helyettesítve:

$$a (Sx)^{-b} = N a x^{-b} \quad | : a x^{-b}$$

$$S^{-b} = N .$$

Véve az egyenlőség logaritmusát

$$- \log S = \log N ,$$

amelyből

$$b = - \log N / \log S = \log N / \log 1/S = D .$$

A hatványkitevőnek tehát meg kell egyeznie a fraktáldimenzió -1 -szeresével, azaz abszolútértékben a két szám egyenlő (UNGER, 2007).

Ez az a pont az értekezésben, ahol a két szálon futó vizsgálat összekapcsolódik. Az egyik szál a vetőstatisztika, a másik a fraktálgeometria. Ezzel nyert igazolást, hogy a két vizsgálati módszernek van létjogosultsága. Egyfelől helyes feltételezés volt hatványfüggvénnyel leírni a vetőgyakoriságot. Másrészt ez alátámasztja a fraktálmodell helyességét. A vetőstatisztika különböző intervallum-felbontások mellett mutatja a vetők hosszúság szerinti gyakoriságát, és a közelítő függvények adott területen a ***b*** kitevőben azonosak, ez tekinthető a tektonizáltság egyik objektív jellemzőjének; az ***a*** eltérő együtthatók pedig az intervallum-felbontással állnak kapcsolatban.

A fraktál geometriai megközelítés esetén a dobozdimenzió („box-counting”) módszere közel áll a vetőstatisztikához. Közös bennük, hogy mindkettő adott felbontásban vizsgálja a vetők gyakoriságát. Azaz a fraktálgeometriai megközelítéssel azt vizsgálom, hogy $1/S$ felosztásban (S az ön hasonlóság aránya) N –szer annyi vető figyelhető meg. Ugyanakkor ritka az olyan eset, amikor ismerve egy elméleti modellt a mérések korlátai miatt pótolhatunk hiányzó adatokat.

Összefoglalásként megállapítható, hogy az egymástól függetlenül is alkalmazható megközelítések nélkülözhetetlenek lesznek a töredezettség vizsgálatok objektív modellezésében.

6. Az új kutatási eredmények értékelés és azok várható hatásai

6. 1. A kutatási eredmények értékelése

A második fejezet bár nem kimondottan kutatási eredmény, de az elméleti bevezetővel és a „fraktál-geológiai” résszel együtt az első magyar nyelvű összefoglalója a fraktálgeometria földtani alkalmazásáról. Ebben a fejezetben mint nemzetközi, mint a magyar vonatkozásban – ha nem is mindegyik magyar nyelven jelent meg – kitekintést nyújtok e rohamosan fejlődő új alkalmazott tudományról. Területi korlátokat sem állítottam, ugyanis a Föld számos pontjáról származó példákra hivatkozom Európából, Amerikából stb., sőt a Marsra vonatkozó (SCHULTZ A.R. & FORI N.A. 1996) esettanulmányt is említek a fejezetben.

A harmadik fejezetben a FÜST (1997) által összefoglalt szilárdásvány-bányászati példákon alapuló elméleti megfogalmazásokból indultam ki. Arra a kérdésre kerestem a választ, hogy a vetőstatisztikai számítások mennyire alkalmazhatók a földtan további területein. A nyolc esettanulmányban a vetőhosszúságok gyakoriságai – avagy azzal majdnem egyenértékű elemek: pl. lineamentek – hatványfüggvény szerint változtak. Ezzel a statisztikai megközelítéssel sikerült egy jellemző paramétert találni, mégpedig a közelítő függvény kitevőjét, ami alapján a különböző repedés- és töréscsoportok egyértelműen azonosíthatókká váltak. Ugyanis a ***b*** és az ***a*** együttesen határozza meg az eloszlást, a ***b*** kitevő független a felbontástól, de jellemző a töredezettség geometriájára, az ***a*** együttható pedig a felbontással van összefüggésben. A közelítő elméleti függvény érzékenysége miatt az illesztett függvény bizonytalanságára is kitérek, egy iterációs módszert mutatok be, amelynek segítségével néhány iterációs lépés után a hatványfüggvény stabilizálható.

Ennek további jelentősége a negyedik illetve az ötödik fejezetben domborodik ki. Mint ismeretes, a vetőstatisztika csak a töredezettség mértékéről ad információt, ez alapján a vetők helye nem jelezhető előre. Ez utóbbi problémára a 4. fejezetben találunk megoldást.

A negyedik fejezetben a törések fraktálgeometriai megközelítésével foglalkozom, pótlendő a vetőstatisztika előbb említett hiányosságát, bízva abban, hogy e módszer segítségével a töredezett és a tömör tömbök egymáshoz viszonyított helyzete meghatározható. A hét esettanulmányra fraktáldimenziót (***D***) számoltam a dobozdimenzió (box-counting)

módszerével. Ez egy újabb tektonizáltsági paraméternek fogható fel, akárcsak a ***b*** kitevő a vetőstatisztika esetében.

Újdonság, hogy az adott kutatási terület töredezettségét ilyen módszerrel korábban nem vizsgálták. Kiemelendő a 8. példa, ahol konkrét fraktállal is sikerült megválaszolni a rezervoármérnökök kérdését: „hogyan is változik a permeabilitás a tárolóban?” Sikerült bemutatni, hogy a vetőhálóra (mint bemenő adatra) megfelelően illesztett fraktál előrejelzi a töredezett tömbök térbeli helyzetét. Szembetűnő volt az egyezés a szeizmikus koherencia-térképpel. Ez alátámasztotta a rezervoár töredezettségéről kialakított új, fraktál elképzelésem.

Hasonló megközelítéssel találkoztunk a 2. fejezetben is említett néhány hivatkozásban, mint pl. a Geysers (Kanada) geotermikus rezervoár esetében (ACUNA, J.A. & YORTOS, Y. C. 1996), amely e munka ihletője is volt.

Az ötödik fejezetben vetőstatisztikai számításokat a fraktálgeometriai megközelítésekkel „közös nevezőre” hoztam. Egyszerű matematikai eszközökkel igazolom, hogy a tektonizáltságot jellemző két említett paraméter, ***b*** és ***D*** megegyezik. A vetőgyakoriságokra illesztett hatványfüggvény kitevője tehát abszolútértékben egyenlő a töredezettséget leíró fraktál dimenziójával.

Ha úgy tekintek a vetők hosszúságára, mint a töredezett közettömbök egyik – közel vízszintes – kétdimenziós vetületére, akkor a kapott eredmény egybecseng a 2. fejezetben ismertetett KORVIN (1992) és VICSEK (1992) állítással. Eszerint a hierarchikusan szerveződő fraktálok esetében a méreteloszlás hatványfüggvénnyel írható le.

6. 2. A kutatási eredmények összefoglalása

6.2.1. A vetőstatisztikai eredmények összefoglalója

1. A vonatkozó szakirodalom szerint a tektonikai paraméterek (vetőhossz és geometriai elvetési magasság) gyakoriságai hatványfüggvény szerint változnak. Azonban de ezt a megállapítást eddig kizárólag a szilárdásványbányászat (tektonikai térképei stb.), alapján tették a szerzők. Jelen PhD dolgozatban először alkalmaztam eredményesen a vetőstatisztikai eljárást további szakterületeken, mint pl.: völgyhálózat fejlődése, szeizmikus mérés tektonikai értelmezése stb.
2. A számított hatványfüggvények segítségével meghatározható a töredezettség mértéke és előrejelezhető a hiányzó, eddig nem azonosított vetők száma (Pl.: szeizmikus felbontás alatti vetők száma).
3. A hatványfüggvény illesztésének bizonytalanságára egy iterációs eljárást javasoltam, amely segítségével a függvény néhány lépés után gyakorlatilag állandóvá válik. E közelítés kitevőjét tekintem a tektonizáltság egyik paraméterének.

6.2.2. A fraktálgeometriai eredmények összefoglalója

4. Az esettanulmányokban szereplő területekre új módszertani eszközként dobozdimenzió segítségével fraktáldimenziót számoltam. Ezzel egy másik tektonizáltsági mutatót vezettem be.
5. Ha egy adott struktúra két (több) fraktáldimenzióval jellemezhető, akkor a többfázisú hatást sikerült azonosítani. Úgy tűnik, ez a módszer érzékenyebbnek, mint a vetőstatisztikai számítás, ezért volt szükséges az említett iterációk bevezetése.

6. A 8. példa esetében a fraktál helyes felismerését és alkalmazhatóságát bizonyítja, hogy a fraktálszűrő által kimutatott töredezett tömbök és a szeizmikus koherencia által kimutatott töredezett tömbök összehasonlítása nagymértékű egyezést eredményezett

6.2.3. A vetőstatisztika és a fraktálgeometria összekapcsolása révén született eredmény

7. A vetőstatisztikai számítások alapján a vetők hosszúságának gyakorisági adatait a közelítő hatványfüggvény b hatványkitevőjével jellemeztem, amely abszolútértékben épp a D fraktál dimenziójával egyezik meg. Matematikai levezetéssel bizonyítottam, hogy ez nem véletlen egybeesés, hanem általános törvényszerűség.

6.3. Az új kutatási eredmények alkalmazásának várható hatásai

- A vetőstatisztikai számításokkal a töredezettség megállapítása sokkal egyszerűbb és könnyebb lesz.
- A fraktálgeometriai elemek alkalmazásával módosul a töredezett kőzetek leírása, modellezése, tektonikai fázisainak elkülönítése.
- Átalakul, más koncepcióval készülhet el a szénhidrogénipar számára oly fontos tároló áteresztőképességének (permeabilitásának) térképe. Ez befolyásolhatja a kőolajtermelő kutak telepítését, kiferdítési irányát, termelését, hozamát, mivel ezek közvetlen kapcsolatban állnak a repedezettséggel, illetve a permeabilitás eloszlásával. Továbbá magyarázatot adhat a kutatási terület meddő kútjainak sikertelenségére.
- Mint hogy a hatványkitevők és a megfelelő fraktáldimenziók abszolútértékben megegyeznek, az eljárás alkalmas lehet arra is, hogy választ adjon arra a kérdésre: sikerült-e megtalálni a tektonikai fejlődésének főbb elemeit?

Köszönetnyilvánítás

Köszönöm tanárainknak, hogy bevezettek a geomatematika tudományába, DR. FÜST ANTALnak, aki elsőként hívta fel figyelmemet a fraktálokra, és elindított ezen új szakterületen, majd jelen dolgozatban irányított.

Köszönettel tartozom DR. VÉGH SÁNDORNÉ tanárnőnek, az ELTE Alkalmazott és Műszaki Földtani Tanszéke nyugalmazott tanárának, aki évekkel ezelőtt a Geomatematikai továbbképzőt kidolgozta és DR. KOVÁCS JÓZSEFnek, aki azt megszervezte.

Köszönet illeti GERECS LÁSZLÓ és SOMFAI ATTILA urakat, a MOL Rt. egykori Külföldi Kutatás-, Termelési Üzletág vezetőit, akik nemcsak engedélyezték, de bátorítottak és támogattak a kutatásaimban.

Köszönettel tartozom a Magyar Állami Földtani Intézetnek, ahol DR. BREZSNYÁNSZKY KÁROLY volt, és DR. KORDOS LÁSZLÓ jelenlegi igazgató fontosnak tartották kutatásaim folytatását, és DR. TURCZI GÁBOR főosztályvezető – egykori tanárom - tovább sarkallt a tudományos minősítés mielőbbi megszerzésére. Hálás vagyok SÍKHEGYI FERENC osztályvezetőnek „fraktálos” beszélgetéseinkért.

Öröm számomra, hogy a kolozsvári Alma Mater (ahol hivatásommá vált a „földismész” szakma) utódjához a Szegedi Tudományegyetemhez nyújthatom be PhD értekezésemet, ahol messzemenő támogatásban és figyelemben részesültem munkám során.

Tisztelettel, köszönettel és hálával gondolok a bírálóimra, akik szakértő véleményükkel, megjegyzéseikkel csiszolták dolgozatomat.

Budapest, 2007. február 09.

IRODALOMJEGYZÉK

- ACUNA, J.A. & YORTOS, Y. C. 1996: Numerical construction and flow simulation in network of fractures using fractal geometry. Society of Petroleum Engineers Publication 22703
- ADLER P.M., THOVERT J.F. 1999: Theory and Application of Transport in Porous Media, Kluwer Academic Publisher, p. 430.
- BARABÁSI A.-L., STANLEY H.E. 1995: Fractal Concept in Surface Growth, Cambridge University Press, p. 366.
- BARNESLEY M. 1988: Fractals Everywhere, Academic Press, Inc. p. 375.
- BARTON, C.C. and La POINTE, P.R. ed. 1992 Fractals in the Earth Sciences. Plenum Press, New York, p.284
- BODRI B. 1999: Földrengések fraktálanalízise, Magyar Geofizika 40. 1. pp. 12-22.
- BUDD J.C., HUNT G.W., PELETIER A.M. 1999: Self-Similar Fold Evolution Under Prescribed End-Shortening, Mathematical Geology, Vol. 31, No.8. pp. 989-1005.
- CELLO G. 1997: Fractal analysis of a Quaternary fault array in the central Apennines, Italy, Pergamon: Journal of Structural Geology, Vol. 19, No.7. pp. 945-953.
- CHENG Q., AGTERBERG F.P. 1996: Comparison Between Two Types of Multifractal Modelling, Mathematical Geology, Vol. 28, No.8. pp.1001-1015
- CHENG Q. 1997: Discrete Multifractals, Mathematical Geology, Vol. 29, No.2. pp. 245-266.
- CHENG Q. 1997: Multifractal Modeling and Lacunarity Analysis, Mathematical Geology, Vol. 29, No.7. pp. 919-950.
- CHILÈS J.P. 1988: Fractal and Geostatistical Methods for Modelling of a Fracture Network, Mathematical Geology, Vol. 20, No.6. pp. 631-653.
- CSONTOS L. 1998: Szerkezetföldtan – Egyetemi jegyzet, ELTE Eötvös Kiadó, pp. 27-104.
- V.P. DIMRI 2000: Application of Fractals in Earth Sciences, AshgatePub Co., p.238
- FODOR L., LANTOS Z. 1998 Liász törések a Nyugati-Gerecsében, Földtani Közlöny 128/2-3, 375-396.Bp.
- FOKASZ N. 1999: Káosz és fraktálok, Új Mandátum, p. 310.

- FÜST A. 1982: Geostatisztika Nógrádi Szénbányáknál tartott mérnöktovábbképző tanfolyam segédlete Kézirat – sokszorosított
- FÜST A., FÉLEGYHÁZI ZS., SZÖLLŐSY J. 1983: Halimba III. bányauzem fejtési rendszerének fejlesztése, Tanulmány, Aluterv-FKI, Budapest
- FÜST A., FODOR B., SOMOS L. 1986: Geostatisztikai értelmező szótár, MÁFI, Budapest p. 61.
- FÜST A. 1997: Geostatisztika – Egyetemi jegyzet – Eötvös Kiadó, pp.298-315.
- GLEICK J. 1999: Káosz, Göncöl, p. 350.
- GRECULA P. 1985: Vertikálne vetvenie zlomov, Mineralia Slovaca, Vol. 17.pp.289-306.
- GUTTMAN GY., JANOSITS F., TAKÁCS T., FÜST A., MOLNÁR S. KOCKA GY. 1990: Geostatisztikai vizsgálatok a dorogi medence lencsehegyi területén, BKL – Bányászat 123/2. pp. 110-114.
- HOSKIN P.W.O. 2000: Pattern of chaos: Fractal statistics and the oscillatory chemistry of zircon, Pergamon: Geochimica et Cosmochimica Acta, Vol. 64.No.11, pp. 1905-1923.
- KORPÁS, L. 1998: Paleokarst, Studies in Hungary, Vol.195 of the Occasional Papers of the Geological Institute of Hungary, Budapest, p. 139
- KORVIN G. 1992: Fractal Models in the Earth Sciences, Elsevier, p. 369
- KORVIN G., MOHIUDDIN M.A., ABDULRAHEEN A. et.al. 2001: Experimental investigation of the fractal dimension of the pore surface of sedimentary rocks under pressure, Geophysical Transactions Vol. 44. No. 1., pp. 3-18.
- LORRILLEUX G., JÉBRAK M., CUNNEY M., BAUDEMONT D. 2002: Polyphase hydrothermal breccias associated with unconformity-related uranium mineralization Canada: from fractal analysis to structural significance, Pergamon, Journal of Structural Geology, 24., pp. 323-338.
- MANDELBROT B. 1968: Fractal geometry of the Nature, W H Freeman & Co. p. 480
- MEZHELOVSKIY et.al. (SĂNDULESCU M), 1988: Space tectonic map of the European countries, Scale M=1: 1 000 000, Ed: MinGeol USSR.
- MOL Rt. KKTÜ. 1997: Belső tanulmány – *bizalmas*. Budapest
- MOL Rt. KKTÜ 1999: Belső tanulmány – *bizalmas*. Budapest
- M. TÓTH T., HOLLÓS Cs., SZÜCS É., SCHUBERT F. 2004: Conceptual fracture network model at the crystalline basement at Szeghalom Dome, Acta Geologica Hungarica, Vol.47/1 pp. 19-34.
- MUTIHAC V., STRATULAT M.,I., FECHET R., M. (2004), Geologia României, Editura Didactică și Pedagogică, București, 252.p.

- NISSEN S. 2000: Interpretive Aspects of Seismic Coherence and Related Multi-trace Attributes, PTTC Workshop, Reservoir Characteristics of Morrow/Incised-Valley Fill Plays, Kansas Geological Survey, Open-file Report.
- PAPE, H., CLAUSER, Ch., IFFLAND, J. 1998: Permeability prediction for reservoir sandstones and basement rocks based on fractal pore space geometry, SEG Expanded Abstracts 17, 1032
- PEITGEN H-O., JÜRGENS H., SAUPE D. 1993-94: Fractals for the classroom, Vol I-II, Springer-Verlag, pp.28-389;24-120.
- PÉCSI M. 1971: Geomorfológia, Tankönyvkiadó, Budapest, p. 242
- POGÁCSÁS GY., RUMPLER J., KONCZ I., SIMON E., SAMU L., SZULYOVSKY I., UNGER Z. 1996: Tectonostratigraphic Evolution and Hydrocarbon Habitat of the Kebili Permit Area, Central Tunisia, ETAP Memories nr.6.
- SĂNDULESCU M. (1984) Geotectonica României, , Ed. Technică, București, 336.p.
- SCHULTZ, R., A., FORI A.N. 1996: Fault-length statistics and implications of graben sets at Candor Mensa, Mars, Pergamon: Journal of Structural Geology, Vol. 19, No.1. pp.373-383.
- SZABÓ L-I. 1997: Ismerkedés a fraktálok matematikájával, Szeged, Polygon, p. 64.
- TÉL T., GRUIZ M. 2002: Kaotikus dinamika, Nemzeti tankönyvkiadó, Budapest, p. 356.
- TIMÁR G., TELBISZ T., SZÉKELY B. 2003: Űrtechnológia a digitális domborzati modellezésben: az SRTM adatbázis. Geodézia és Kartográfia 5512, pp. 11-15.
- TURKOTTE, D.L. 1997: Fractals and Chaos in Geology and Geophysics, Cambridge University Press, p. 399
- UNGER Z. (2002): Fracture network investigation with elements of fractal geometry, IAMG Conference Proceedings, Berlin.
- UNGER Z. 2004: Statisztikai vetőnyomozás egy szénhidrogén kutatási területen, Földtani Közlöny, 134/3, pp. 423-441
- UNGER Z. 2004: Töredezett közettömbök nyomozása fraktálgeometriai elemekkel egy szénhidrogén rezervoár esettanulmánya, Földtani Közlöny, 134/2 pp. 281-289
- UNGER Z., SÍKHEGYI F. 2004 The Importance of Remote Sensing Techniques in Surface Geological Mapping, Acta Geologica Hungarica, Vol.47/1 pp.:35-51
- UNGER, Z & TIMÁR, G 2005: Székelyföld lineaments térképe Landsat TM ürfelvétel alapján, Földtani Közlöny, 135/2 pp. 293-304.
- UNGER Z. 2007: Vetőstatisztika és a fraktál geometria kapcsolata, Földtani Intézet Évi Jelentése 2005-ről, pp. 185-191

- VICSEK T. 1992: Fractal growths phenomena, World Scientific Publishing, p. 475
- YAU S.T., VEKILOV P. 2000: Quasi-planar nucleus structure in apoferritin crystallisation, Nature, Vol. 406., pp. 494-497.
- WEN R., SINDING LARSEN R. 1997: Uncertainty in Fractal Dimension Estimated from Power Spectra and variograms, Mathematical Geology, Vol. 29, No.6. pp. 727-753.
- WILSON T. 1997: Fractal strain distribution and its implication for cross-section balancing: further discussion, Pergamon: Journal of Structural Geology, Vol. 19, No.1. pp.129-132.
- WITTEL, F., KUN F. *et al.* 2004: Fragmentation of Shells, Physical Review Letters, 93, 035504
- WONG P., LIN J. 1988: Studying Fractal Geometry on Submicron Length Scales by Small-Angle Scattering, Mathematical Geology, Vol. 20, No.6. pp.: 655-664.
- * * * Magyar Tudomány 2004/11 1300. o. Kitekintés, *Tojástörés a laboratóriumban*
- * * * Élet és Tudomány 2000. 37. szám, A kristálymagok kristálylapok!
- * * * Élet és Tudomány 2006. 33. szám, Mesterséges fraktálmolekula
- * * * GEO – Magazin 2006. 12. Mennyei formatervezés, pp. 14-17.

INTERNETES HIVATKOZÁSOK:

- Ref 1: <http://www.saltspring.com/brochmann/math/Fractals/fractal-4/fractal-4.00.html> 2007.január 29.
- Ref 2: <http://ecademy.agnesscott.edu/~lriddle/ifs/kcurve/kcurve.htm> 2007.január 29.
- Ref 3: <http://www.its.caltech.edu/~atomic/snowcrystals/photos/photos.htm> 2007.január 29.
- Ref 4: http://www.sulinet.hu/cgi-bin/db2www/ma/et_tart/lst?kat=Afbk&url=/eletestudomany/archiv/2000/0037/elsekez/kristaly/kristaly.html 2007.január 29.
- Ref 5: <http://www.cmmr.uah.edu/peter/Nuclei.pdf> 2007.január 29.
- Ref 6: <http://www.seg.org/meetings/past/seg1998/techprog/rp2/papr1279.pdf> 2004. május 08.
<http://segdl.aip.org/getabs/servlet/GetabsServlet?prog=normal&id=SEGEAB000017000001001032000001&idtype=cvips&gifs=Yes> 2005.január 09.
- Ref 7: <http://www.origo.hu/mindentudasegyeteme/vicsek/kislexikon.html> 2007.január 29.
- Ref 8: <http://www.kfki.hu/fszemle/archivum/fsz9303/vics9303.html#a10> 2007.január 29.
- Ref 9: http://ttkde4.sci.u-szeged.hu/foldtan/geomatematikai_szakosztaly/ 2007.január 29.
- Ref 10: <http://www.kgs.ku.edu/PRS/publication/2000/ofr84/slide2.html> 2007.január 29.
- Ref 11: http://xxx.arxiv.org/PS_cache/cond-mat/pdf/0402/0402461.pdf 2007.január 29.
- Ref 12: <http://www.sciencemag.org/cgi/content/abstract/1125894v1> 2007. január 29.

Ábrák jegyzéke

1. ábra Cantor halmaz (PEITGEN, 1993)
2. ábra Ördögi lépcső (SZABÓ, 1997)
3. ábra Sierpinsky-háromszög(VICSEK, 1992)
4. ábra Sierpinsky-szőnyeg (FOKASZ,1999)
5. ábra Sierpinsky-négyzetek
6. ábra Menger-szivacs (FOKASZ,1999)
7. ábra Valószínűségi fraktál generálása (VICSEK, 1992)
8. ábra Valószínűségi fraktál egy-egy realizációja (BARNSEY, 1988, FOKASZ, 1999)
9. ábra Pitagorasz növekedés (A) és a karfiol (B) hasonlósága (PEITGEN, 1993)
10. ábra Aszimmetrikus Pitagorasz növekedés (PEITGEN, 1993)
11. ábra Igazi ammonitesz (stilizált rajz és fénykép)
12. ábra Egy másik aszimmetrikus növekedés (A), és a belőle generált páfrány (B) (PEITGEN, 1993)
13. ábra A felfűzött Sierpinsky-háromszögek (A) és egy igazi páfrány (B) (PEITGEN, 1993)
14. ábra Önhasonló tulajdonság (Fraktálok forgatása) (PEITGEN, 1993)
15. ábra Koch-görbe (VICSEK, 1992)
16. ábra A triadikus Sierpinsky-háromszög
17. ábra Egy triadikus Sierpinsky-négyzet
18. ábra Egy sajátos triadikus Sierpinsky-négyzet: a hópehely
19. ábra A Koch- (A) és egy igazi (B) hópehely
20. ábra Hópehely növekedés [Ref 3]
21. ábra Arany-páfrány (éremnyi méretű arany növekedése az „Alles Gold der Welt Ausstellung” kiállítás plakátján)
22. ábra Apoferritin kristályosodása (YAU et.al., 2000)
23. ábra Mesterségesen előállított fraktálmolekula és szerkezete
24. ábra A Gömöri hegység egyszerűsített vízhálózata a tektonikai elemekkel (GRECULA 1985)
25. ábra Egy közölt modell keresztmetszete a szerkezeti elemekkel (GRECULA 1985)
26. ábra Felületi feszültség által dominált viszkózus ujjasodás számítógépes szimulációja során előállított mintázat. A csíkozás az időbeli fejlődés követését segíti (VICSEK, 1992)
27. ábra A szilárdásvány-bányászatból ismert vetőhossz gyakoriságok (szén és bauxit)
28. ábra A Gömör - Szepesi hegység vetői hosszúságának eloszlása

29. ábra A Gömör-Szepesi Érchegység tektonikai térképe az SRTM-re illesztve
30. ábra A Monte Vettore területe a feltüntetett vetőkkel (CELLO 1997)
31. ábra Monte Vettore vetőstatisztikai számításának eredménye
32. ábra Vetők hosszúság gyakoriságának hatványfüggvénnyel való közelítése
33. ábra A szétszedett vetők hosszúság gyakoriságának hatványfüggvénnyel való közelítése 500 m-es felbontásban
34. ábra A szétszedett vetők hosszúság gyakoriságának hatványfüggvénnyel való közelítése 1000 m-es felbontásban
35. ábra A Gerecse nyugati és középső részének földtani térképe a feltüntetett tektonikai elemekkel
36. ábra A Gerecse vetőhosszúságainak megoszlása és hatványfüggvénnyel való közelítése
37. ábra A Budai hegység preneogén aljzat tektonikai térképe
38. ábra A Budai hegység vetőinek hosszúság megoszlása és hatványfüggvénnyel való közelítése
39. ábra A líbiai paleozoikum kibúvása a Landsat TM (365) űrfelvételen **(a)** és a digitális szűrések eredményeként létrejött lineamens térkép **(b)** tektonikai értelmezése
40. ábra A líbiai vetők hosszúság megoszlása és hatványfüggvénnyel való közelítése
41. ábra Székelyföld lineamens térképe
42. ábra A székelyföldi lineamensek hosszúságának megoszlása és hatványfüggvénnyel való közelítése (10km-es felbontás)
43. ábra A székelyföldi lineamensek hosszúságának megoszlása és hatványfüggvénnyel való közelítése (5km-es felbontás)
44. ábra Egy szénhidrogén-rezervoár vetőinek hosszúság szerinti eloszlása a közelítő függvénnyel (2000 m-es felbontás)
45. ábra Egy szénhidrogén-rezervoár vetőinek hosszúság szerinti eloszlása a közelítő függvénnyel (1000 m-es felbontás)
46. ábra Egy szénhidrogén-rezervoár vetőinek hosszúság szerinti eloszlása (500 m-es felbontás)
47. ábra Egy szénhidrogén-rezervoár vetőinek hosszúság szerinti eloszlása a közelítő függvénnyel (500 m-es felbontás)
48. ábra Az iterációval előállított görbe és a határoló hatványfüggvények elhelyezkedése
49. ábra Az egymást követő iterációs lépések eredménye (6 iterációs lépés)
50. ábra Gömör-Szepesi Érchegység tektonikai térkép alapján számított fraktál dimenzió
51. ábra A Gömör-Szepesi Érchegység földtani szelvénye alapján számított fraktál dimenzió

- 52.ábra Anhidrites összlet töredezettségének fraktál dimenzió számítása
- 53.ábra A Gerecse tektonikai térképe alapján számolt fraktál dimenzió
- 54.ábra A Budai hegység preneogén aljzat vetőinek fraktál dimenzió számítása
- 55.ábra A líbiai vetők fraktál dimenzió számítása (I)
- 56.ábra A líbiai vetők fraktál dimenzió számítása (II)
- 57.ábra A székelyföldi lineamensek fraktál dimenzió számítása
- 58.ábra A székelyföldi lineamensek fraktál dimenzió számítása (1.eset)
- 59.ábra A székelyföldi lineamensek fraktál dimenzió számítása (2.eset)
60. ábra A 8. példa fraktáldimenzió-számítása a triadikus felosztás esetén
61. ábra A 8. példa fraktáldimenzió-számítása a diadikus felosztás esetén
62. ábra A tektonikai vetők közelítésének térképe, mint a módszer bemenő adatai
63. ábra Az első generációs módosított Sierpinsky-szűrő illesztése
64. ábra A második generációs módosított Sierpinsky-szűrő illesztése
65. ábra A harmadik generációs módosított Sierpinsky-sűrő illesztése
66. ábra A szeizmikus koherencia térkép képzésének elvi ábrája
67. ábra Egy sódóm körüli szeizmikus koherenciakép
68. ábra A vizsgált terület átlag-koherencia térképe 1900-2000 ms közötti közzettestre
69. ábra Az átlag-koherencia térkép fölé helyezett módosított Sierpinsky szűrő
70. ábra A koherenciakép, Sierpinsky-szűrő első generáció négyzetei szerinti, 9-es azaz triadikus felosztása
71. ábra Egy másik sajátos triadikus Sierpinsky-négyzet realizációja, amelynek fraktál-dimenziója nem változott a Sierpinsky-hópehelyhez képest.

Táblázatok jegyzéke

- I. táblázat: Az első generációs négyzetek repedezettsége a koherenciakép alapján
- II. táblázat: A második generációs négyzetek egyezése a koherenciaképpel
- III. táblázat: A számított vetőstatisztika és a fraktáldimenzió összesítője